

2. Kausalprognosen

- Kausalzusammenhang Preis & Absatz
- Lineare Regressionsrechnung
- Benutzung von MS Excel

Programm

- Einführungsbeispiel „OmegaJet“
- Einführung in die lineare Regressionsrechnung
- Anwendung auf das Beispiel
- Zusammenfassung der Ergebnisse
- Erweiterung des Regressions-Konzepts für nicht-lineare Zusammenhänge

Ziele und Methoden

■ Lehrziele

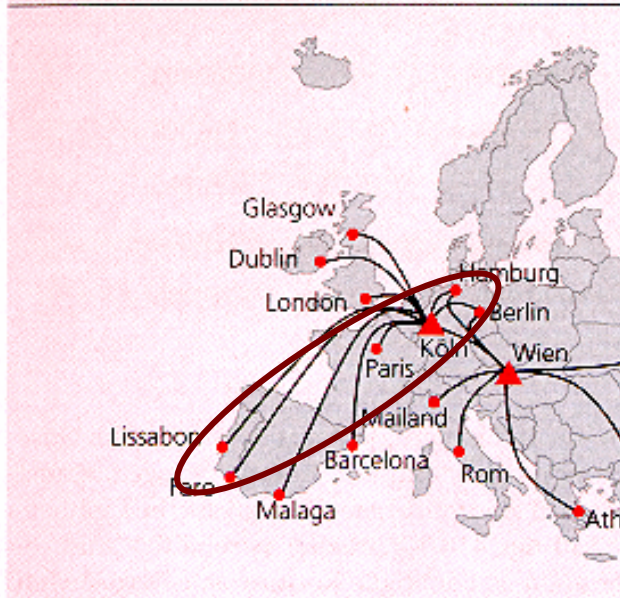
- Zusammenhang zwischen Preis und Absatzmenge
- Ermittlung einer Preis-Absatz-Funktion
- Daten-Prognosen bei einfachen und komplexeren funktionalen Zusammenhängen
- Verwendung von Tabellenkalkulations-Software

■ Lernziele

- ?

Beispiel Low-Cost-Airline „OmegaJet“

Liniennetz von OmegaJet



„Haben Sie Interesse und wenn ja, welchen Preis sind Sie bereit zu zahlen für einen Flug nach Portugal (One-Way)?“

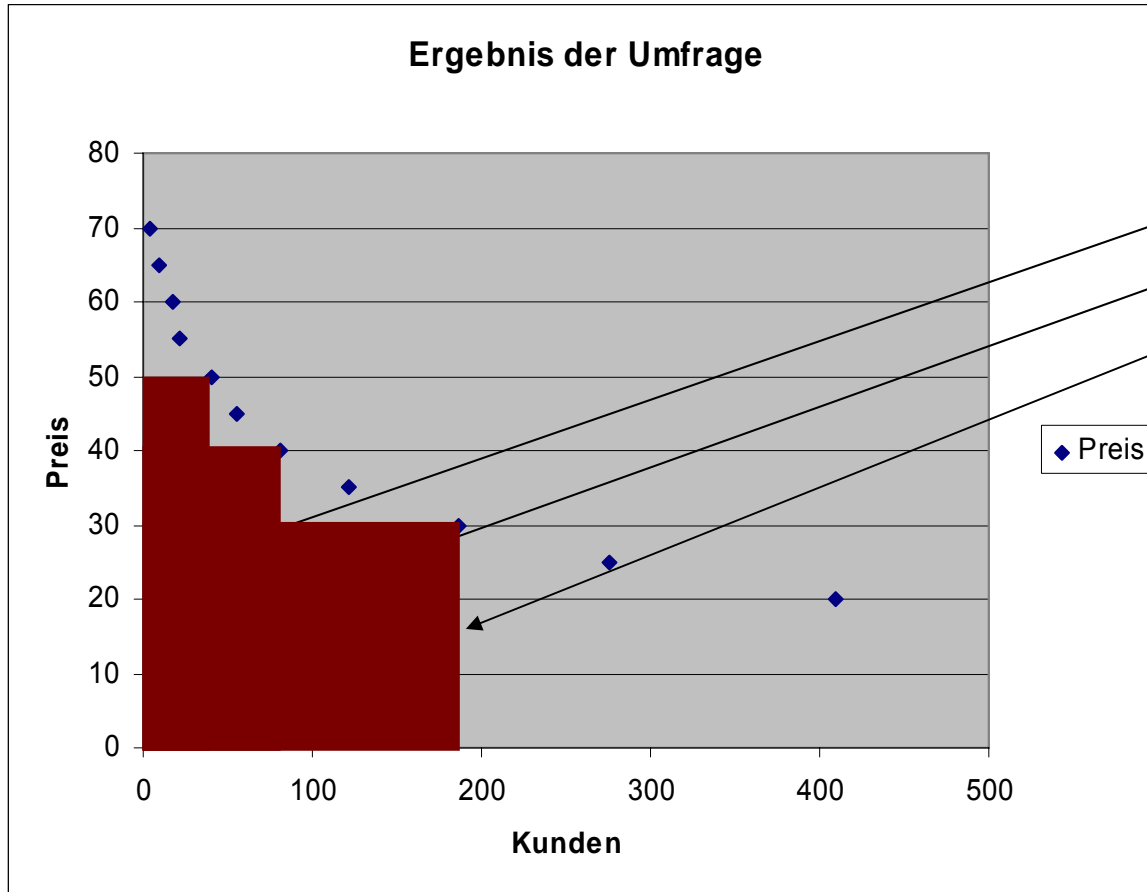
Tabelle 2.19

Häufigkeit genannter Preise bei der Kundenbefragung

Preis	Kunden	Kumulierte Kunden
70	4	4
65	6	10
60	8	18
55	3	21
50	19	40
45	16	56
40	25	81
35	41	122
30	65	187
25	88	275
20	135	410

vgl. Thonemann, S. 82-85

Preis-Absatz-Funktion „Köln-Faro“



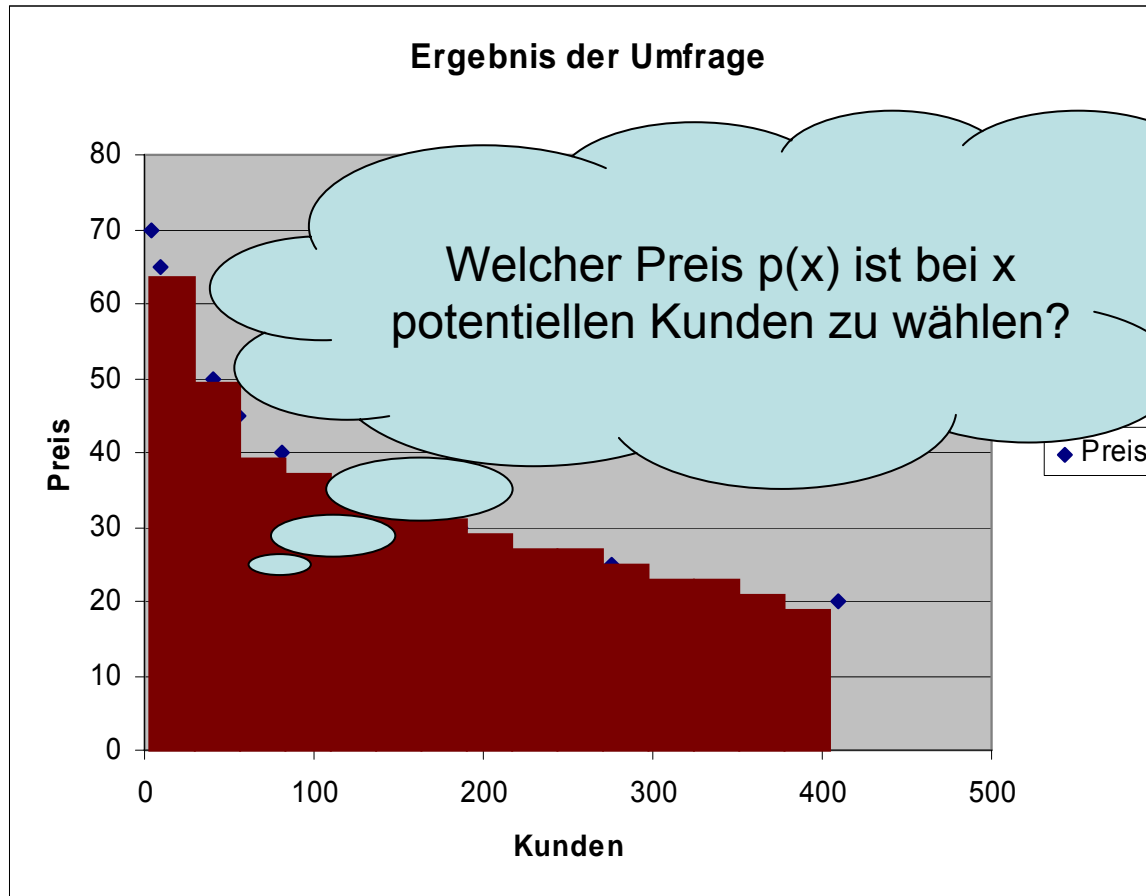
- Umsatz bei Preis von
- a) 50 EUR: ca. 1500,-
 - b) 40 EUR: ca. 3200,-
 - c) 30 EUR: ca. 5700,-

x = Absatz (Tickets)
 $p(x)$ = Preis/Ticket

Umsatz:
 $U(x) = xp(x)$

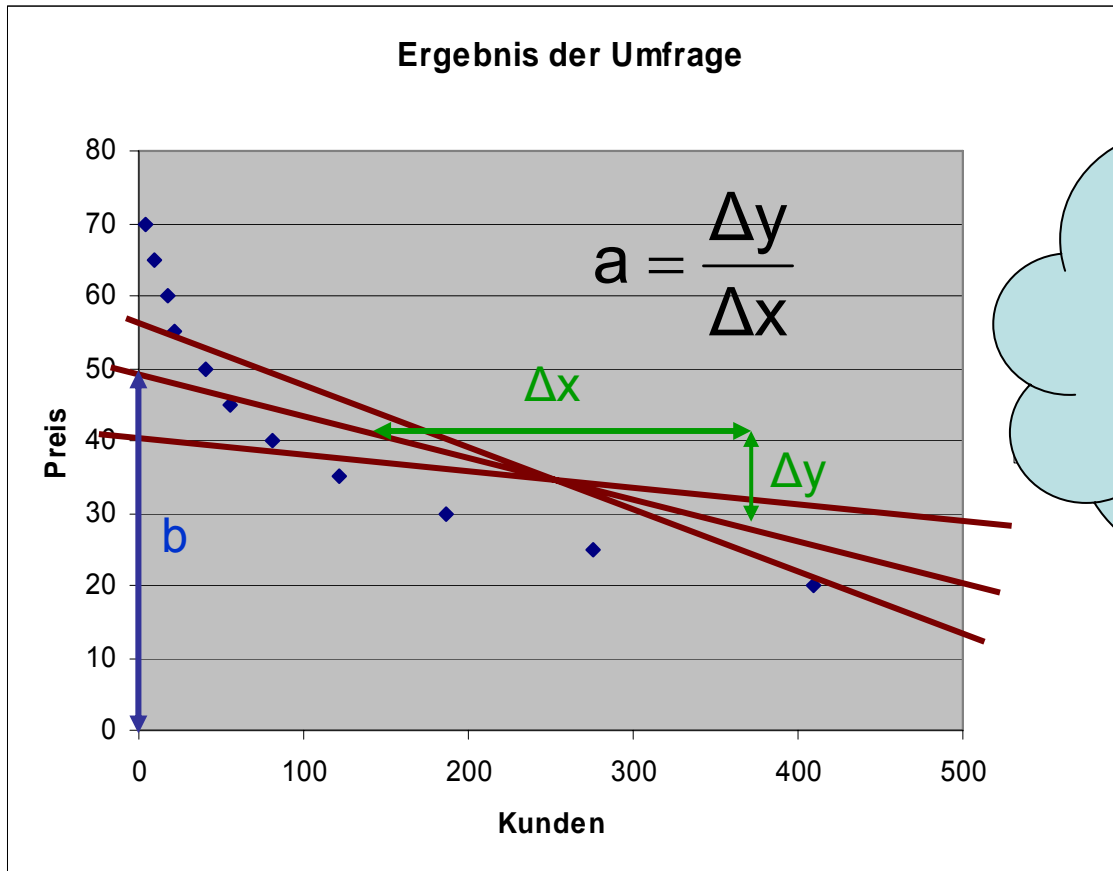
$p(x)$ muss bekannt sein,
um Umsatz-maximale
Kundenzahl zu bestim-
men.

Dynamische Preissteuerung



Idee der linearen Regressionsanalyse

- Annahme: **linearer Zusammenhang** zwischen Kundenzahl x und Preis $p(x)$: $p(x) = ax + b$



Welche
Geradensteigung a
und welcher
Hochachsenabschnitt b
wird gewählt?

Ermittlung des Vereinfachungsfehlers

- Fehler ε_i in einzelner Probe (x_i, y_i) :

$$\varepsilon_i = p(x_i) - y_i = ax_i + b - y_i$$

- Durchschnittliche Quadratische Abweichung:

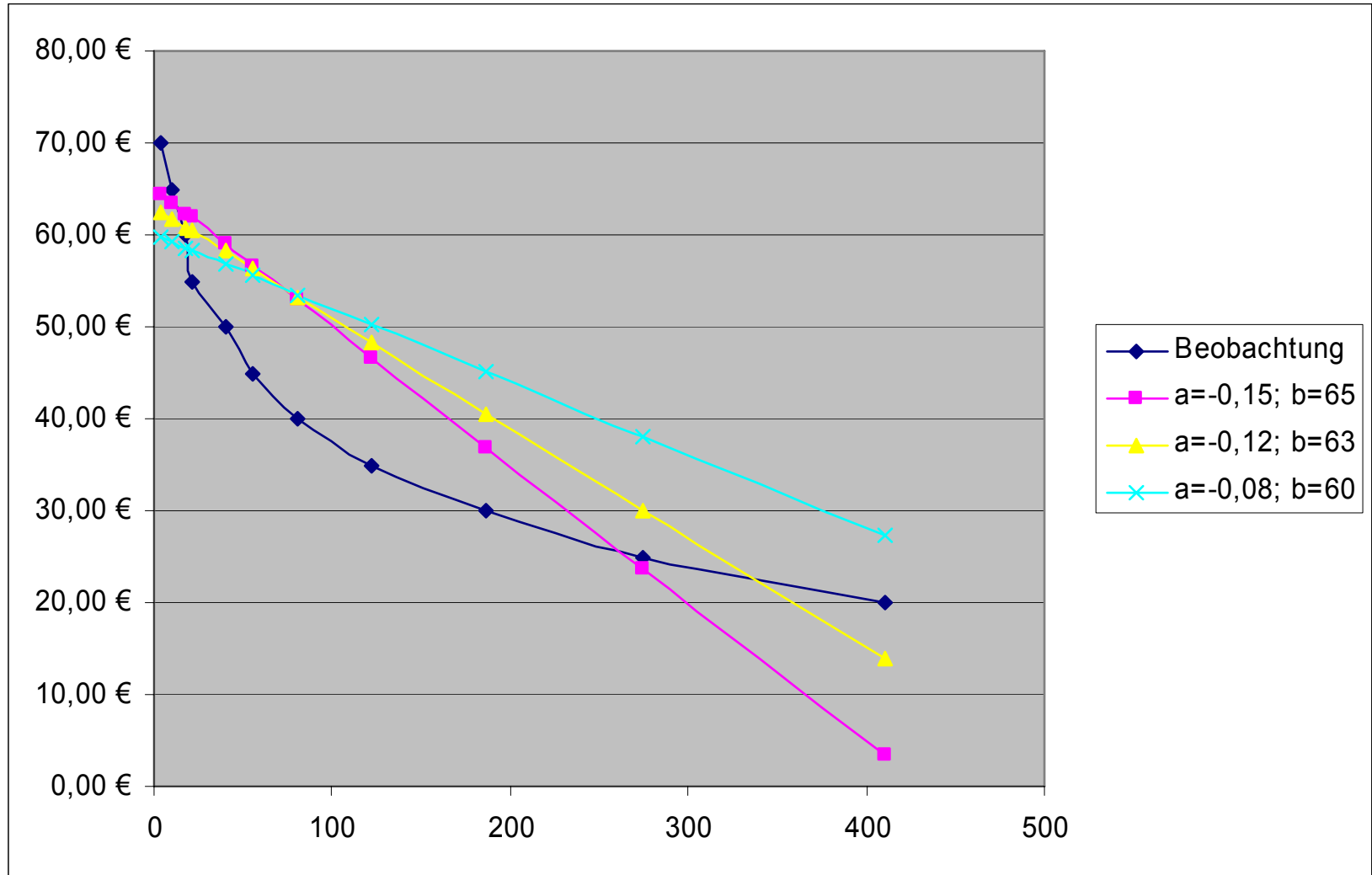
$$\text{MSE}(a,b) = \frac{1}{11} \sum_{i=1}^{11} \varepsilon_i^2 = \frac{1}{11} \sum_{i=1}^{11} (ax_i + b - y_i)_i^2$$

- Bei welcher Kombination (a^*, b^*) wird $\text{MSE}(a,b)$ minimal ?

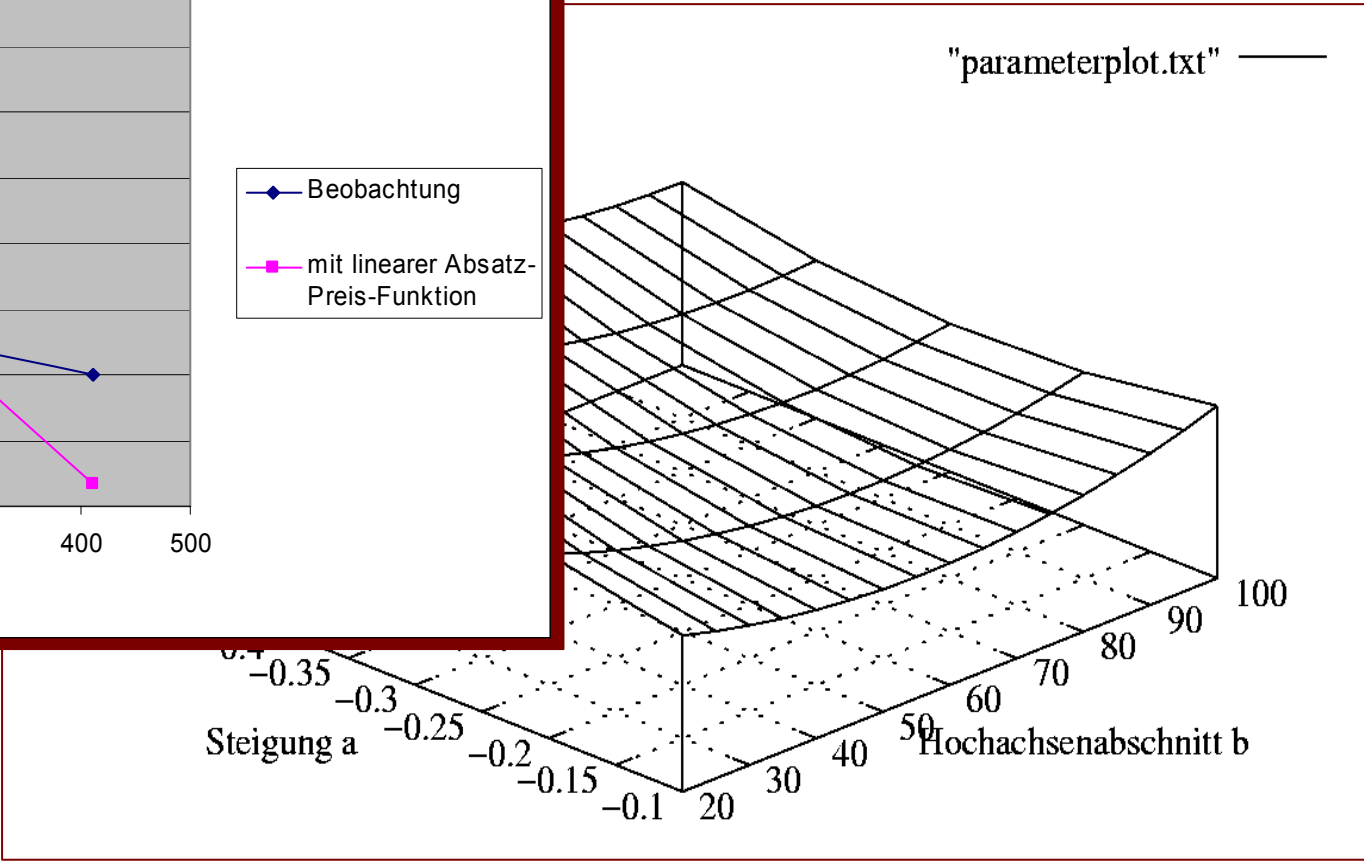
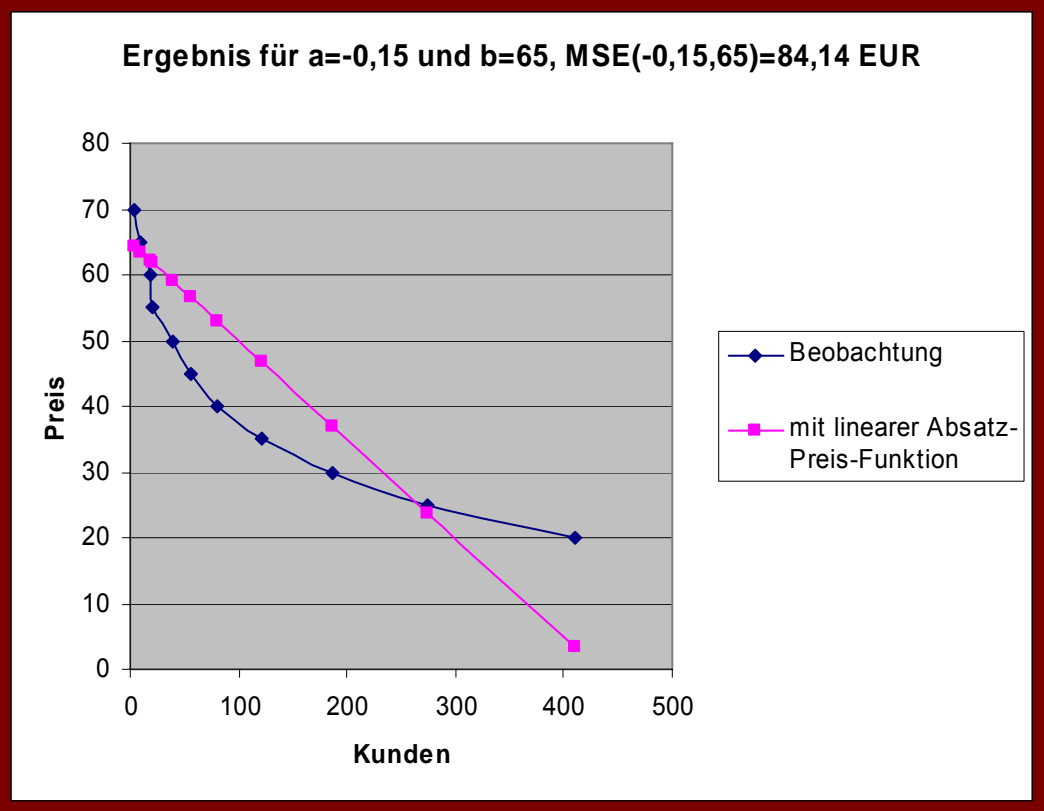
Beispiel-Parameter

Umfrage		$a_1=-0,15; b_1=65$		$a_2=-0,12; b_2=63$		$a_3=-0,08; b_3=60$	
Kunden	Preis / EUR	Preis / EUR	ε_i^2	Preis / EUR	ε_i^2	Preis / EUR	ε_i^2
4	70,00 €	64,40 €	31,36	62,52 €	55,95	59,68 €	106,50
10	65,00 €	63,50 €	2,25	61,80 €	10,24	59,20 €	33,64
18	60,00 €	62,30 €	5,29	60,84 €	0,71	58,56 €	2,07
21	55,00 €	61,85 €	46,92	60,48 €	30,03	58,32 €	11,02
40	50,00 €	59,00 €	81,00	58,20 €	67,24	56,80 €	46,24
56	45,00 €	56,60 €	134,56	56,28 €	127,24	55,52 €	110,67
81	40,00 €	52,85 €	165,12	53,28 €	176,36	53,52 €	182,79
122	35,00 €	46,70 €	136,89	48,36 €	178,49	50,24 €	232,26
187	30,00 €	36,95 €	48,30	40,56 €	111,51	45,04 €	226,20
275	25,00 €	23,75 €	1,56	30,00 €	25,00	38,00 €	169,00
410	20,00 €	3,50 €	272,25	13,80 €	38,44	27,20 €	51,84
		MSE(a_1, b_1)	84,14	MSE(a_2, b_2)	74,66	MSE(a_3, b_3)	106,57

Graphische Darstellung



Ermittlung der „OmegaJet“-Funktion



Bildung der Richtungsableitungen

- Fehlerfunktion:

$$\text{MSE}(a,b) = \frac{1}{11} \sum_{i=1}^{11} (ax_i + b - y_i)^2$$

- Ableitung „in Richtung a“:

$$\frac{\partial}{\partial a} \text{MSE}(a,b) = \frac{2}{11} \sum_{i=1}^{11} x_i (ax_i + b - y_i)$$

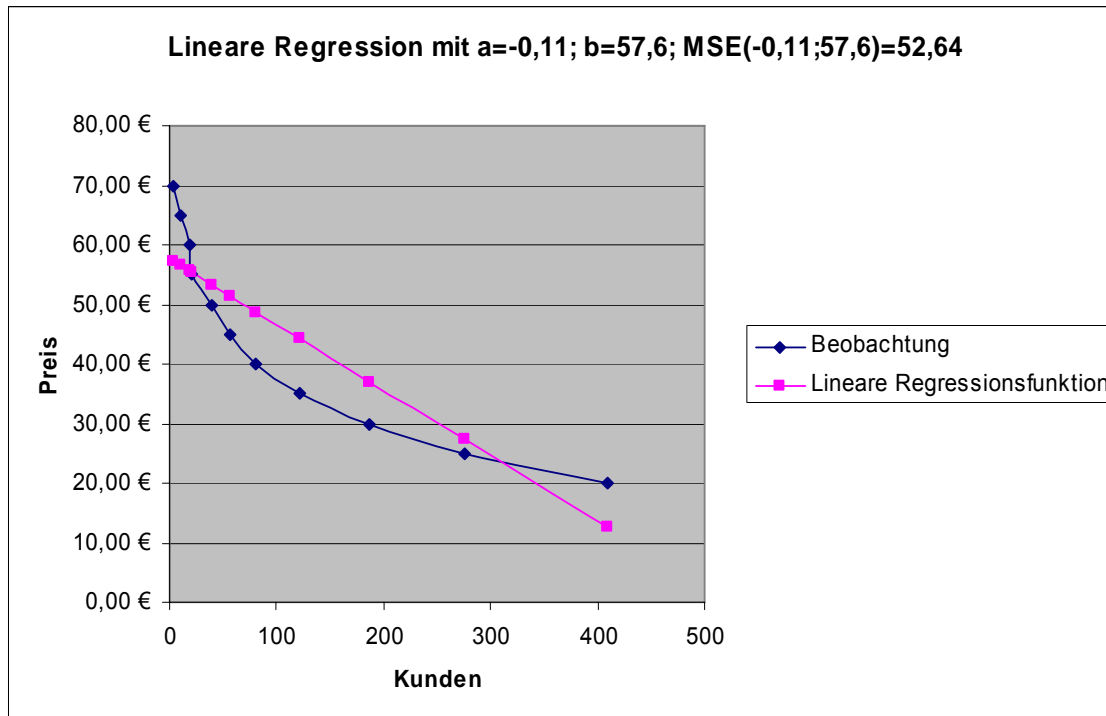
- Ableitung „in Richtung b“:

$$\frac{\partial}{\partial b} \text{MSE}(a,b) = \frac{2}{11} \sum_{i=1}^{11} (ax_i + b - y_i)$$

Nullstellen der Ableitungsfunktionen

■ Nullstelle von $\frac{\partial}{\partial a} \text{MSE}(a,b)$ berechnen: $a_0 \approx -0,11$

■ Nullstelle von $\frac{\partial}{\partial b} \text{MSE}(a,b)$ berechnen: $b_0 \approx 57,60$



Regressionsanalyse mit MS Excel

	A	B	C	D	E
1	N=11	Kunden	Preis		
2	i	x_i	$p(x_i)$	x_i^2	$x_i \cdot p(x_i)$
3	1	4	70	16,000	280,000
4	2	10	65	100,000	650,000
5	3	18	60	324,000	1080,000
6	4	21	55	441,000	1155,000
7	5	40	50	1600,000	2000,000
8	6	56	45	3136,000	2520,000
9	7	81	40	6561,000	3240,000
10	8	122	35	14884,000	4270,000
11	9	187	30	34969,000	5610,000
12	10	275	25	75625,000	6875,000
13	11	410	20	168100,000	8200,000
14					
15	Summe	1224,000	495,000	305756,000	35880,000
16					
17	Berechnung der Steigung				
18	A	3363316,000		=11*D15	
19	B	1498176,000		=B15*B15	
20	C	394680,000		=11*E15	
21	D	605880,000		=B15*C15	
22	Steigung a	-0,113		=(B20-B21)/(B18-B19)	
23					
24	Berechnung des Hochachsenabschnitts				
25	E	151349220,000		=D15*C15	
26	F	43917120,000		=B15*E15	
27	b	57,600		=(B25-B26)/(B18-B19)	
28					

Eingebaute Funktionen

- siehe Demonstration

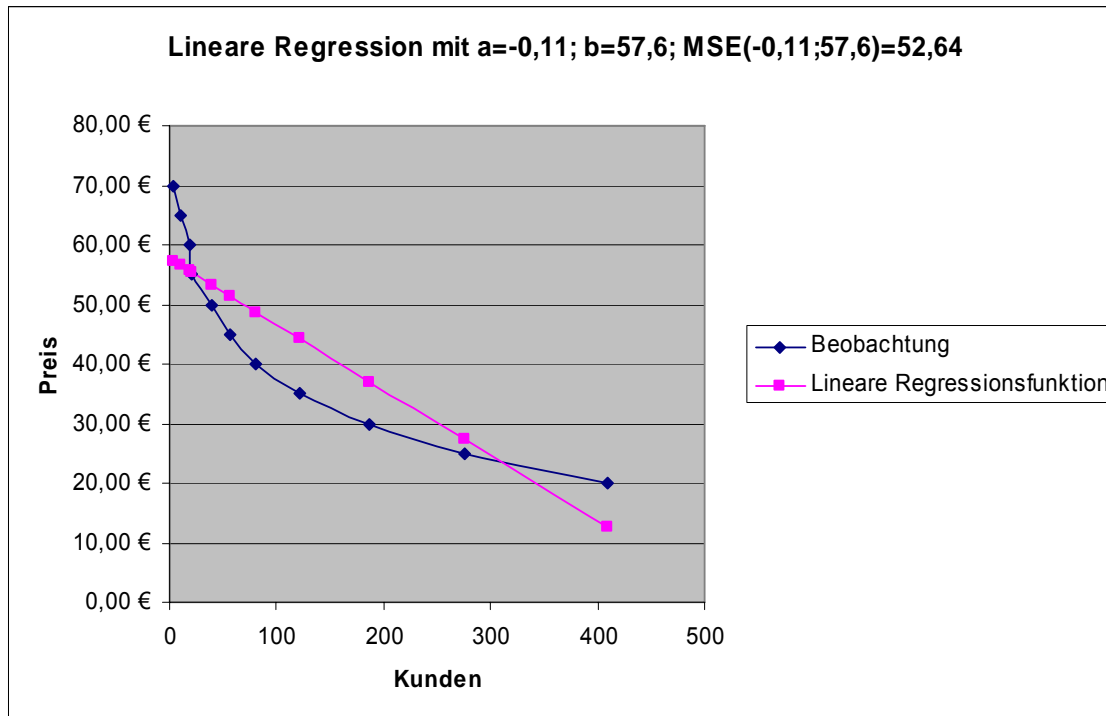
Regressionsanalyse mit MS Excel

	A	B	C	D	E
1	N=11	Kunden	Preis		
2	i	x_i	$p(x_i)$	x_i^2	$x_i \cdot p(x_i)$
3	1	4	70	16,000	280,000
4	2	10	65	100,000	650,000
5	3	18	60	324,000	1080,000
6	4	21	55	441,000	1155,000
7	5	40	50	1600,000	2000,000
8	6	56	45	3136,000	2520,000
9	7	81	40	6561,000	3240,000
10	8	122	35	14884,000	4270,000
11	9	187	30	34969,000	5610,000
12	10	275	25	75625,000	6875,000
13	11	410	20	168100,000	8200,000
14					
15	Summe	1224,000	495,000	305756,000	35880,000
16					
17	Berechnung der Steigung				
18	A	3363316,000		=11*D15	
19	B	1498176,000		=B15*B15	
20	C	394680,000		=11*E15	
21	D	605880,000		=B15*C15	
22	Steigung a	-0,113		=(B20-B21)/(B18-B19)	
23					
24	Berechnung des Hochachsenabschnitts				
25	E	151349220,000		=D15*C15	
26	F	43917120,000		=B15*E15	
27	b	57,600		=(B25-B26)/(B18-B19)	
28					

Nullstellen der Ableitungsfunktionen

■ Nullstelle von $\frac{\partial}{\partial a} \text{MSE}(a,b)$ berechnen: $a_0 \approx -0,11$

■ Nullstelle von $\frac{\partial}{\partial b} \text{MSE}(a,b)$ berechnen: $b_0 \approx 57,60$



Typen von Preis-Absatz-Funktionen

Funktionstyp	Ursprungsform	Transformation	Lineare Form
Linear	$p(x) = ax + b$	---	$p(x) = ax + b$
Potenziell	$p(x) = bx^a$	$Y = \ln(p(x))$ $X = \ln(x)$ $B = \ln(b)$	$Y = aX + B$
Exponentiell	$p(x) = be^{ax}$	$Y = \ln(p(x))$ $B = \ln(b)$	$Y = ax + B$
Logarithmisch	$p(x) = a \ln(x) + b$	$X = \ln(x)$	$p(x) = aX + b$
Hyperbolisch	$p(x) = b + a/x$	$X = 1/x$	$p(x) = aX + b$

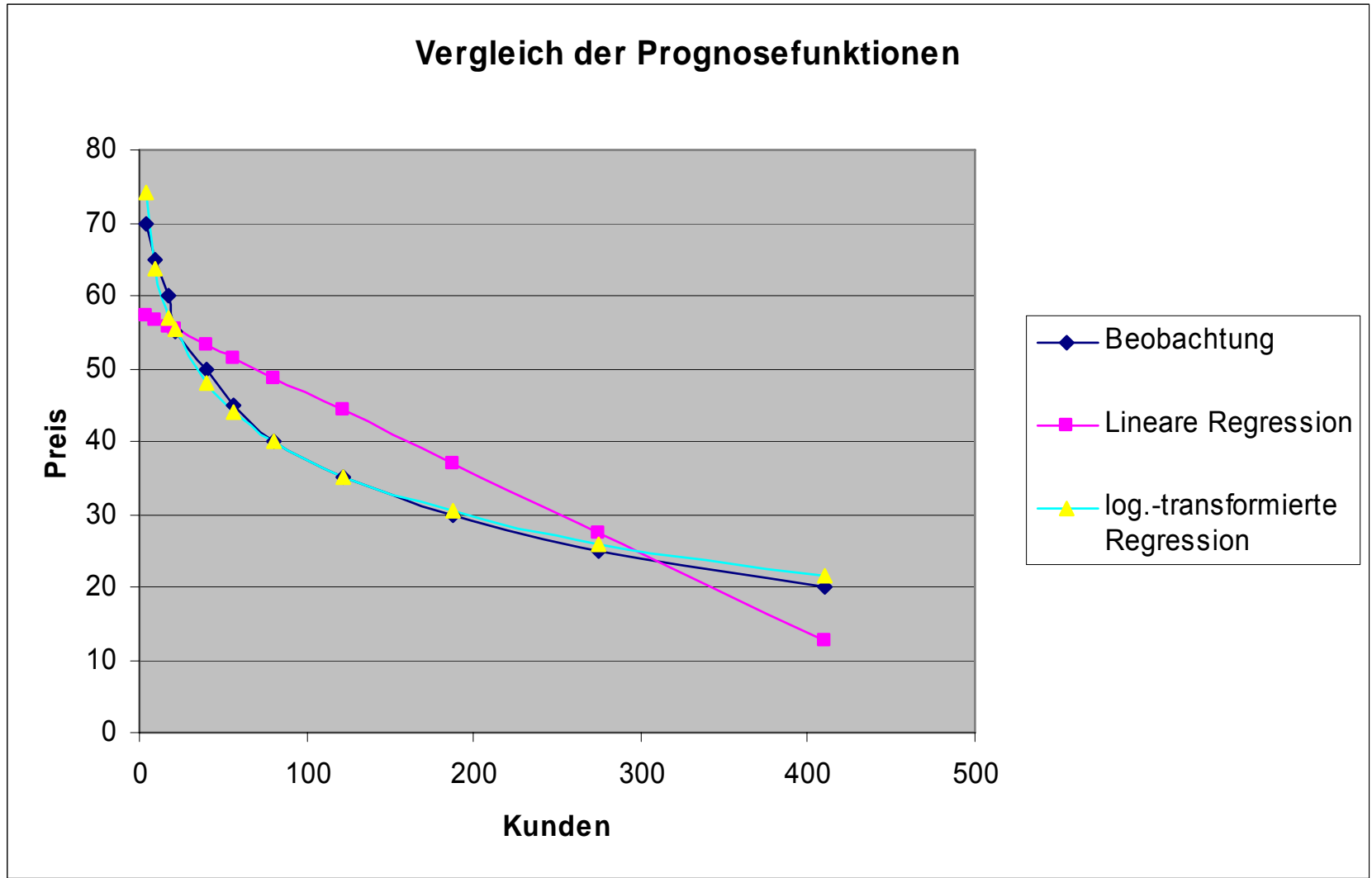
Transformationsansatz „OmegaJet“

- Annahme: „logarithmischer Zusammenhang“ zwischen Absatz x und Preis y .
- $p(x) = b + a \ln(x)$, für passende a, b
- Transformation: betrachte anstelle x nun $x^* = \ln(x)$
- Linearer Zusammenhang: $p(x) = b + ax^*$
- Lineare Regressionsanalyse ergibt
 - $a = -11,39$
 - $b = 89,94$

Lösung mit MS Excel

	A	B	C	D	E	F	G
1	N=11	Kunden	Preis				
2	i	x_i	$p(x_i)$	$\ln(x_i)$	$p(x_i)$	$\ln(x_i)^2$	$\ln(x_i) \cdot p(x_i)$
3	1	4	70	1,386	70	1,922	97,041
4	2	10	65	2,303	65	5,302	149,668
5	3	18	60	2,890	60	8,354	173,422
6	4	21	55	3,045	55	9,269	167,449
7	5	40	50	3,689	50	13,608	184,444
8	6	56	45	4,025	45	16,203	181,141
9	7	81	40	4,394	40	19,311	175,778
10	8	122	35	4,804	35	23,079	168,141
11	9	187	30	5,231	30	27,364	156,933
12	10	275	25	5,617	25	31,548	140,419
13	11	410	20	6,016	20	36,194	120,323
14							
15	Summe	1224,000	495,000	43,401	495,000	192,155	1714,759
16							
17	Berechnung der Steigung						
18	A	2113,704		=11*F15			
19	B	1883,604		=D15*D15			
20	C	18862,347		=11*G15			
21	D	21483,253		=D15*E15			
22	Steigung a	-11,390		=(B20-B21)/(B18-B19)			
23							
24	Berechnung des Hochachsenabschnitts						
25	E	95116,689		=F15*E15			
26	F	74421,412		=D15*G15			
27	b	89,940		=(B25-B26)/(B18-B19)			
28							

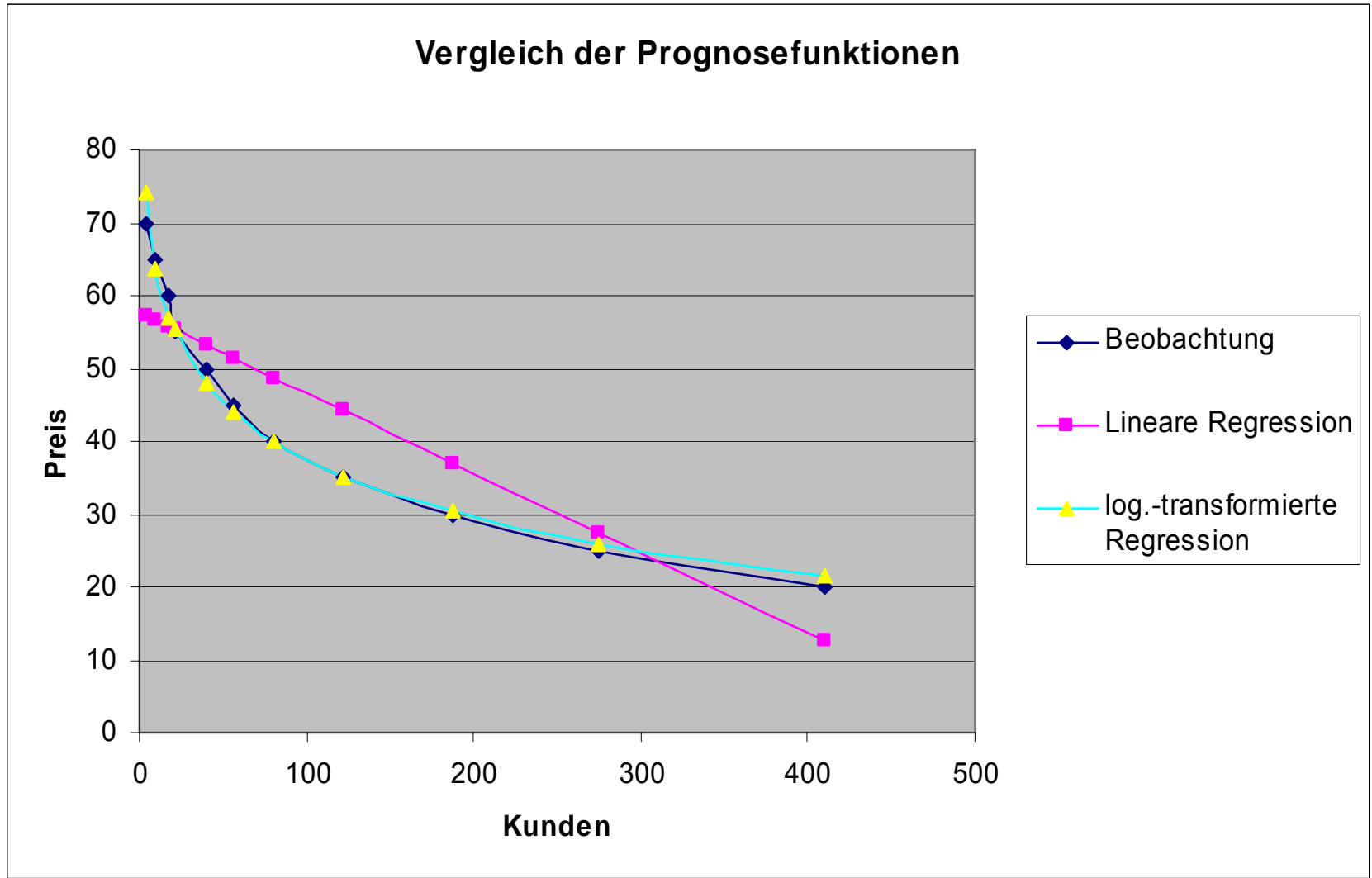
Vergleich der Absatz-Preis-Funktionen



Lösung mit MS Excel

	A	B	C	D	E	F	G
1	N=11	Kunden	Preis				
2	i	x_i	$p(x_i)$	$\ln(x_i)$	$p(x_i)$	$\ln(x_i)^2$	$\ln(x_i) \cdot p(x_i)$
3	1	4	70	1,386	70	1,922	97,041
4	2	10	65	2,303	65	5,302	149,668
5	3	18	60	2,890	60	8,354	173,422
6	4	21	55	3,045	55	9,269	167,449
7	5	40	50	3,689	50	13,608	184,444
8	6	56	45	4,025	45	16,203	181,141
9	7	81	40	4,394	40	19,311	175,778
10	8	122	35	4,804	35	23,079	168,141
11	9	187	30	5,231	30	27,364	156,933
12	10	275	25	5,617	25	31,548	140,419
13	11	410	20	6,016	20	36,194	120,323
14							
15	Summe	1224,000	495,000	43,401	495,000	192,155	1714,759
16							
17	Berechnung der Steigung						
18	A	2113,704		=11*F15			
19	B	1883,604		=D15*D15			
20	C	18862,347		=11*G15			
21	D	21483,253		=D15*E15			
22	Steigung a	-11,390		=(B20-B21)/(B18-B19)			
23							
24	Berechnung des Hochachsenabschnitts						
25	E	95116,689		=F15*E15			
26	F	74421,412		=D15*G15			
27	b	89,940		=(B25-B26)/(B18-B19)			
28							

Vergleich der Absatz-Preis-Funktionen



Zur Übung

- Kapitel 2.2
 - Anwendung in Abschnitt 2.6.2
 - Übungsaufgaben 5, 6 und 7
-
- Eine dieser Aufgaben wird zu Beginn der nachfolgenden Session besprochen.

Zusammenfassung

- Definition und Verwendung der Preis-Absatz-Funktion
- Ansatz der Linearen Regressionsanalyse
- Daten-Transformation
- Erstellung einer Preis-Absatz-Funktion aus einer Punktwolke.