Theoretische Informatik 2

Sabine Kuske
Linzer Str. 9a, OAS 3005
Tel.: 2335, 8794
kuske@informatik.uni-bremen.de
www.informatik.uni-bremen.de/theorie

7. April 2008

Typ	Bezeich.	Automaten	Wortproblem
0	allgemein	Turing-Maschinen	- (Reduktion Halteproblem auf WP)
1	kontext-sensitiv, monoton	linear beschränkte Automaten	$PSPACE = NPSPACE$
2	kontext-frei	Kellerautomaten	$O(n^3)$ (CKY)
3	regulär, rechtsli-near	endliche Automa-ten	$O(n)$ (Det. endliche Au-tomaten)

Chomsky-Normalform (CNF)

Eine kontextfreie Grammatik $G = (N, T, P, S)$ ist in Chomsky-Normalform, falls für jede Regel $(A ::= r) \in P$ gilt:

$$r \in N^2 \text{ oder } r \in T$$

Satz

Für jede kontextfreie Grammatik G gibt es eine kontextfreie Grammatik G_{CNF} in Chomsky-Normalform, so dass

$$L(G) \setminus \{\lambda\} = L(G_{CNF}).$$

1.Schritt: Eliminierung von λ-Produktionen

Eine Produktion der Form

$$A ::= \lambda$$

heißt λ-Produktion.

Satz

Für jede kontextfreie Grammatik G gibt es eine kontextfreie Grammatik G' ohne λ-Produktionen, so dass

$$L(G) = L(G') \setminus \{\lambda\}.$$

Eliminierung von λ-Produktionen

Sei $G = (N, T, P, S)$ eine kontextfreie Grammatik.

1. (Sammeln aller $A \in N$ mit $A \xrightarrow{*} \lambda$.)

$$M_0 = \{A \in N \mid (A ::= \lambda) \in P\}$$

$$M_{i+1} = M_i \cup \{A \in N \mid (A ::= w) \in P, w \in M_i^*\}$$

Beobachtung

(a) Es existiert ein k, so dass $M_k = M_{k+1}$ gilt.

(b) Sei $k \in \mathbb{N}$ die kleinste Zahl mit $M_k = M_{k+1}$. Dann gilt:

$$A \xrightarrow[P]{*} \lambda \iff A \in M_k.$$

2.Schritt: Eliminierung von Kettenregeln

Eine Produktion der Form

$$A ::= B$$

mit $B \in N$ heißt Kettenregel.

Satz

Für jede kontextfreie Grammatik G gibt es eine kontextfreie Grammatik G' ohne Kettenregeln, so dass

$$L(G) = L(G').$$

Eliminierung von Kettenregeln

1. (Finden aller Paare $(A, B) \in N \times N$ mit $A \xrightarrow{*} B$)
   $M_0 = \{(A, A) \mid A \in N\}$
   $M_{i+1} = M_i \cup \{(A, C) \mid (A, B) \in M_i, (B ::= C) \in P\}$

Beobachtung

Sei $k \in \mathbb{N}$ die kleinste Zahl mit $M_k = M_{k+1}$. Dann gilt:

$$(A, B) \in M_k \Longleftrightarrow A \xrightarrow{*} B.$$

2. (Konstruktion von G')

$$G' = (N, T, P', S)$$

mit

$$P' = \{A ::= r \mid (A, B) \in M_k, (B ::= r) \in P, r \notin N\}.$$