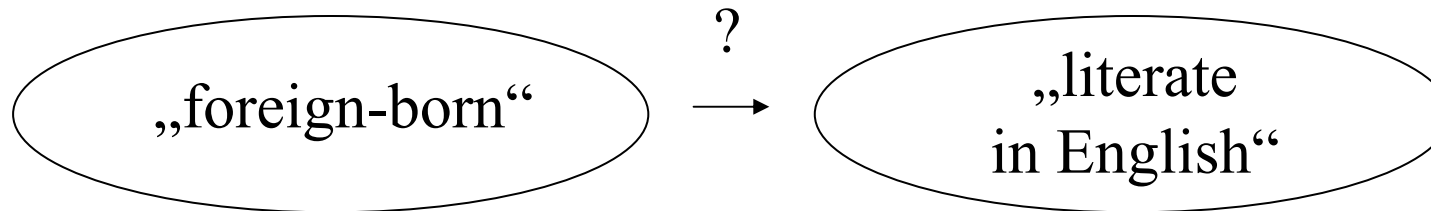


Ökologischer Fehlschluss

Inwieweit können wir von statistischen Beziehungen zwischen **Aggregat**merkmalen auf die Beziehungen zwischen den korrespondierenden **Individual**merkmalen schließen?

Kann z.B. aus einer Korrelation, die „**im Aggregat**“ zwischen zwei Merkmalen besteht, auf die Korrelation zwischen den korrespondierenden **Individual**merkmalen geschlossen werden?

W.S.Robinson (1950) klassisches Beispiel



Wenn es sich um verschiedene Gruppen handelt,
die sich z.B. in großen Städten konzentrieren,
dann befinden sich in Aggregateinheiten
mit vielen „foreign-born“ Bewohnern auch viele Bewohner,
die des Lesens und Schreibens mächtig sind

	„foreign-born“ residents	„literate in English“
Agg.Einheit 1	n_{11}	n_{12}
Agg.Einheit 2	n_{21}	n_{22}
Agg.Einheit 3	n_{31}	n_{32}
.	.	.
.	.	.

Analyseebenen

Aggregatebene(n)

Kollektive
Eigenschaften

Aggregatdaten-
analyse

[Inklusion]

Individualebene

Individuelle
Eigenschaften

Individualdaten-
analyse

Hypothesen

- Wenn/dann und je/desto Hypothesen
- deterministisch vs. probabilistisch
- Informationsgehalt einer Hypothese
- Im Allgemeinen: Erwartung, wie Untersuchungseinheiten in einem analytischen Raum von Variablen verteilt sind
- Über Drittvariablen bestimmbar: Allgemeinheits- und Komplexitätsgrad einer Hypothese
- Falsifizierbarkeit und Spezifität einer Hypothese

Wenn – dann – Hypothesen

wenn: A $\sim A$

dann: B $\sim B$

B	K I	K II
$\sim B$	F III	K IV

K = Konfirmatoren

(1) Wenn – dann – Hypothese
(deterministische **Implikation**)

A = hinreichende Bedingung

wenn: A $\sim A$

dann: B $\sim B$

B	K I	F II
$\sim B$	F III	K IV

F = Falsifikatoren

(2) Wenn – und – nur – wenn
– dann – Hypothese
(deterministische **Äquivalenz**)

A = hinreichende und
notwendige Bedingung

Deterministische und probabilistische Hypothesen

„wenn A, dann B“:

kann in die Erwartung transformiert werden:

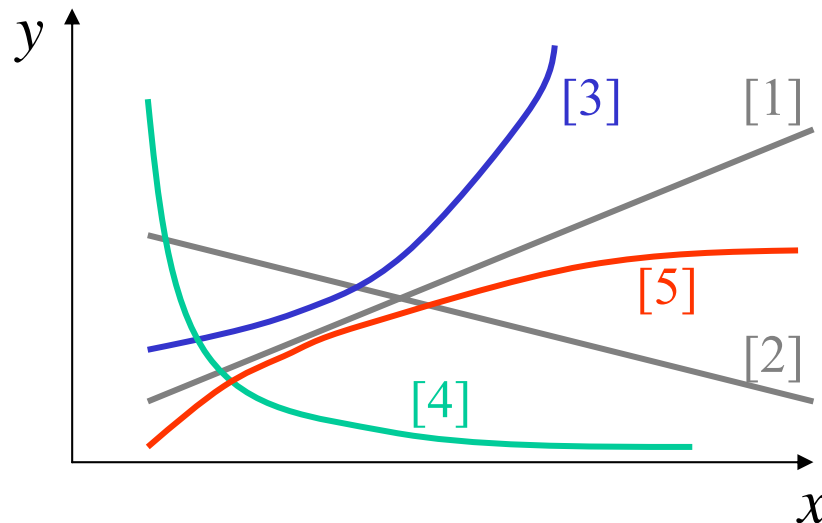
Prob (B) bei Auftreten von A
ist größer als
Prob (B) bei Auftreten von $\sim A$

$$P(B | A) > P(B | \sim A)$$

Je – desto – Hypothesen

Monoton steigende bzw. monoton fallende Zusammenhänge

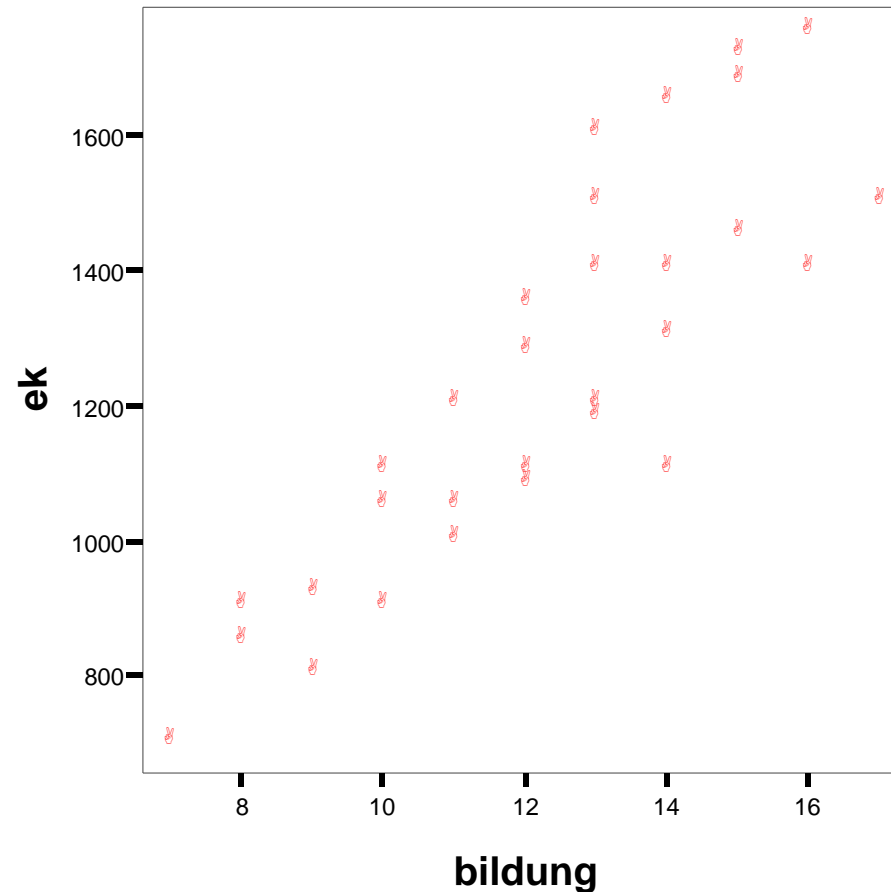
Ggf. Spezifikation des Zusammenhangs als spezielle mathematische Funktion möglich (Beispiele):

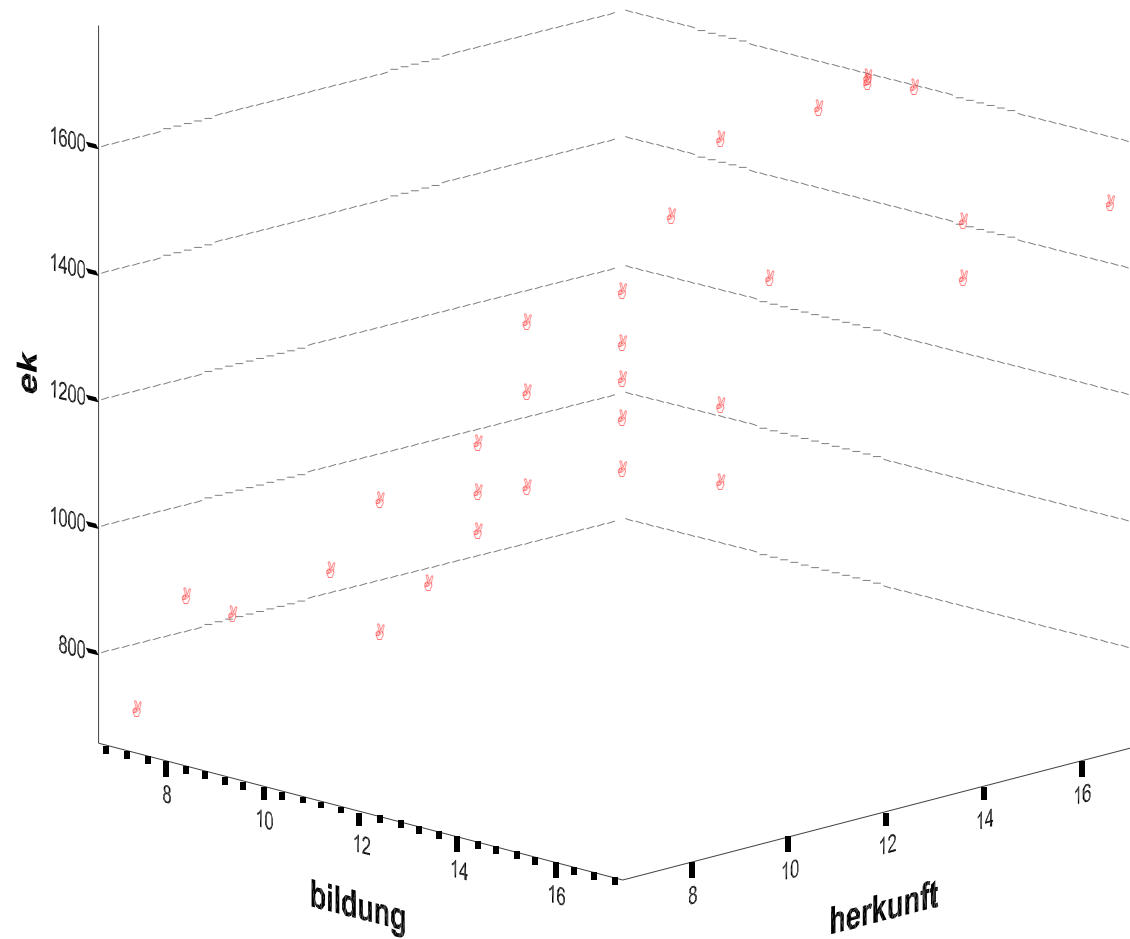


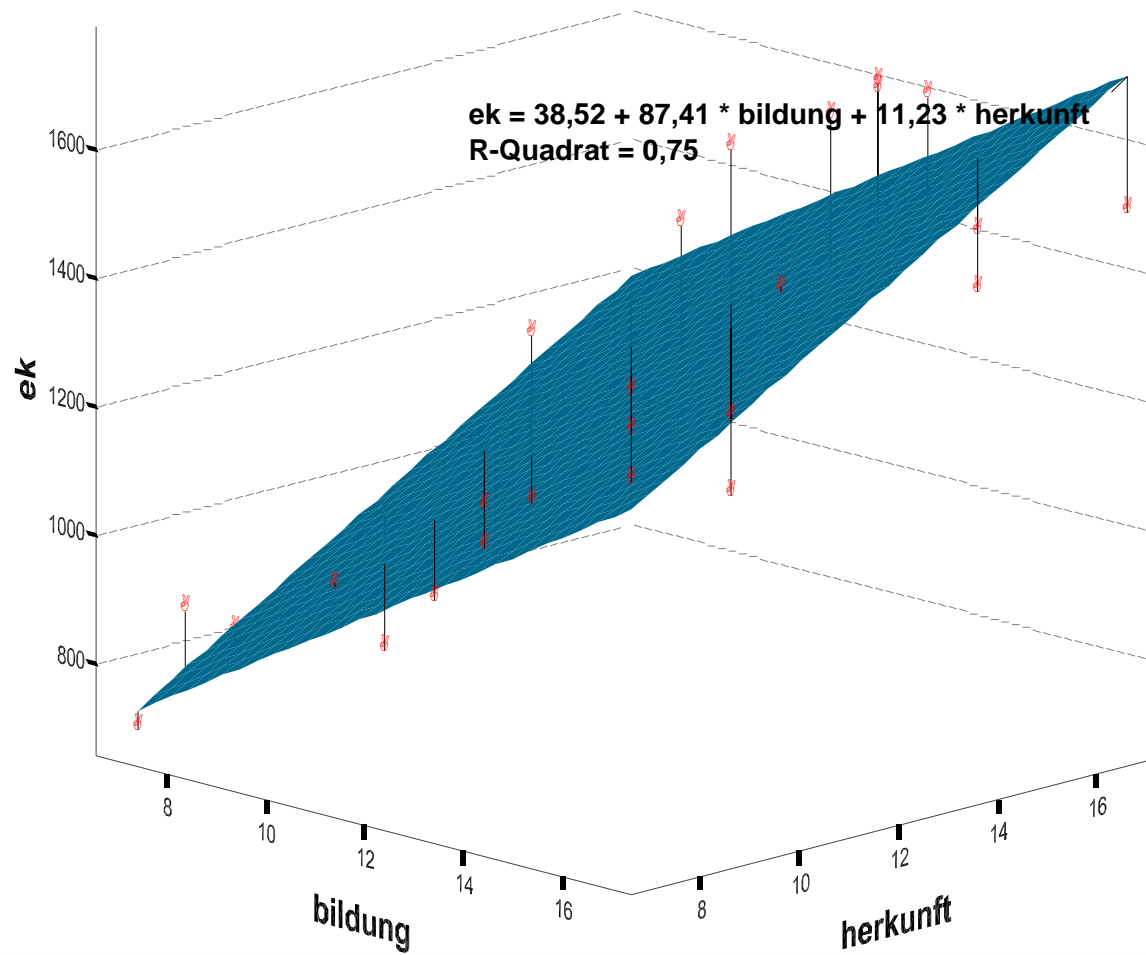
- [1] linear steigend
- [2] linear fallend
- [3] exponentiell steigend
- [4] exponentiell fallend
- [5] logarithmisch

- » **Informationsgehalt** (empirischer Gehalt) eines Satzes ist die Menge der von diesem Satz ausgeschlossenen Sätze.
- » Der Gehalt einer Wenn-dann-Hypothese wächst **gleichsinnig** mit dem Gehalt der Dann-Komponente und **gegensinnig** zum Gehalt der Wenn-Komponente

Eine **Hypothese** ist eine Behauptung darüber, wie ein Set **S** von Untersuchungseinheiten in einem Raum von Variablen X_1, X_2, \dots, X_n verteilt ist.







Allgemeinheitsgrad ...

.. ist bestimmt durch das Set von Bedingungen **B**,
unter denen die Hypothese haltbar ist

„[intended] field of tenability“

Forschungsleitende **Frage**

„Gegeben die Hypothese **H**, zeige mir
das Set von Bedingungen **B**, unter denen
sie haltbar ist“

Bedingungen B = Ausprägungen von Drittvariablen

Komplexitätsgrad ...

.. über die **Anzahl** der Variablen, die den untersuchten Variablenraum aufspannen

$H(X, Y)$ getestet für $T=t_1$

? $H(X, Y)$ für $T=t_2$

Mögliche **Ergebnisse**:

H hängt von T ab (gilt z.B. nur für $T=t_1$)
und ist entsprechend zu **spezifizieren**

H hängt **nicht** von T ab und ist
entsprechend auf $T=t_2$ **generalisiert**

Falsifizierbarkeit ...

$$F = \frac{n_F}{E}$$

Anteil falsifizierender Ergebnisse
an allen möglichen Ergebnissen
- bei a priori Annahme,
dass alle E Verteilungen gleich
wahrscheinlich sind

Spezifizität

Anzahl möglicher Unterscheidungen, die in den empirischen Ergebnissen getroffen werden können

Im Fall probabilistischer Hypothesen:
Anzahl der Partitionen von N in R Teile:

$$E = \binom{N + R - 1}{R - 1}$$

Anzahl der möglichen Verteilungen
eines Samples S mit N Fällen über die R
[$= r_1 \times r_2 \times \dots \times r_k -$] Ausprägungs-
kombinationen der k Variablen, die den
analytischen Raum (Ereignisraum) aufspannen

Beispiel

Mögliche Verteilungen oder Partitionen
von 3 Fällen in 2 Teile ($\mathbf{R} = 2$; $\mathbf{N} = 3$):

$$3 + 0 = 3$$

$$2 + 1 = 3$$

$$1 + 2 = 3$$

$$0 + 3 = 3$$

$$E = \binom{3+2-1}{2-1} = \binom{4}{1} = \frac{4!}{1!(4-1)!} = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{1 \times 3 \times 2 \times 1} = \frac{24}{6} = 4$$

$$E = \binom{N + R - 1}{R - 1}$$

Größe des Ereignisraumes, **R**Stichproben-
Umfang, **N**

	1	2	3	4	5	...10
0	1	1	1	1	1	.
1	1	2	3	4	5	.
2	1	3	6	10	15	.
3	1	4	10	20	35	.
4	1	5	15	35	70	.
5	1	6	21	56	126	.
.						.
.						.
10	92.378

1. Vereinfachung von **E** durch ..

.. **deterministische** Repräsentation probabilistischer Hypothesen über eine **Korrelationssprache**

2. Abbildung des „Ereignissets“ auf ein Set mit den Ausprägungen

wahr	– unentschieden –	falsch
Korrespondenz	– unentschieden –	Nicht Korresp.
bestätigt	– unentschieden –	entkräftet

3. Vergleich der **erwarteten** Korrelationen mit den **beobachteten** Korrelationen

$C(X, Y)$

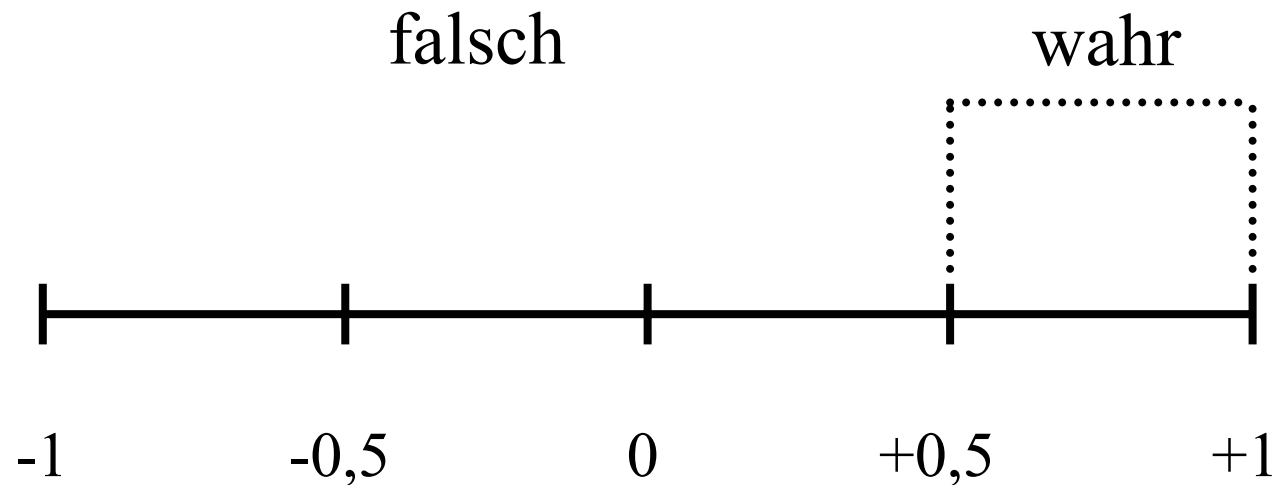
$C^+(X, Y)$

$C^-(X, Y)$

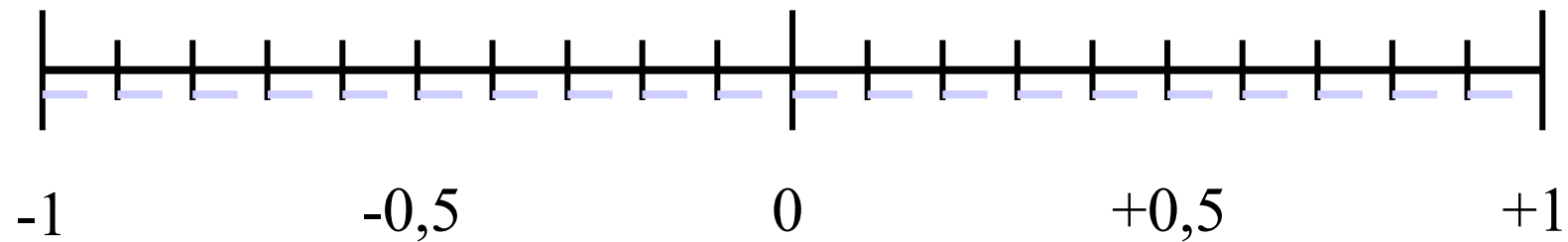
$C^0(X, Y)$

$C^{\geq 0,5}(X, Y)$

Beispiel:
Hypothese, derzufolge $r \geq 0,5$ erwartet wird



Korrelation



$$E=20$$

$$-1,0 \leq r < -0,9 \quad -0,9 \leq r < -0,8 \quad -0,8 \leq r < -0,7 \quad [\dots$$

$$\dots] \quad 0,7 \leq r < 0,8 \quad 0,8 \leq r < 0,9 \quad 0,9 \leq r < 1,0$$

Falsifizierbarkeit ...

$$F = \frac{n_F}{E}$$

Anteil falsifizierender Ergebnisse
an allen möglichen Ergebnissen
- bei a priori Annahme,
dass alle E Verteilungen gleich
wahrscheinlich sind

Empirische Haltbarkeit

$$DC' = \frac{DC^* - (1 - F)}{1 - (1 - F)} = 1 - \frac{1 - DC^*}{F}$$

DC^* „naives“ Maß zur Bestimmung des Bestätigungsgrades, da es nicht die *a priori* Wahrscheinlichkeit $(1 - F)$ berücksichtigt, die Hypothese zu bestätigen

DC' Überschuss von DC^* über die *a priori* Bestätigungswahrscheinlichkeit $(1 - F)$, relativ zum maximalen Überschuss, der erreicht wird, wenn $DC^*=1$

DC* - Naiver Bestätigungsgrad

- Anteil korrekt vorhergesagter Ereignisse
z.B.:
% der Fälle, die eine Hyp. bestätigen
univariat oder über ein bivariates
Korrelations-/Assoziationsmaß, als
Grad der Annäherung an eine
deterministische Beziehung
- Relativer Anstieg der Vorhersagegenauigkeit

$$DC' = \frac{DC^* - (1 - F)}{1 - (1 - F)} = 1 - \frac{1 - DC^*}{F}$$

$$r \geq 0,1$$

$$E = 20$$

$$F = \frac{11}{20} = 0,55$$

Hypothese

$$DC' = 1 - \frac{1 - 0,6}{0,55} = 0,27$$

$$r \geq 0,5$$

$$E = 20$$

$$F = \frac{15}{20} = 0,75$$

$$DC' = 1 - \frac{1 - 0,6}{0,75} = 0,47$$

Systematische Replikation

Veränderungen im DC' Grad

1. Bestätigungsgrad für jede Replikation
2. Replikationsdistanz
3. Anzahl der Replikationen

$$DC = \frac{DC' + \sum_{i=1}^p d_i \cdot dc_i}{1 + \sum_{i=1}^p d_i}$$

d_i Replikationsdistanz

(z.B.: $1 - r_i$)

p Anzahl Replikationen
($i = i$ -te Replikation)

DC „degree of confirmation“

dc_i „degree of confirmation“
der i -ten Replikation