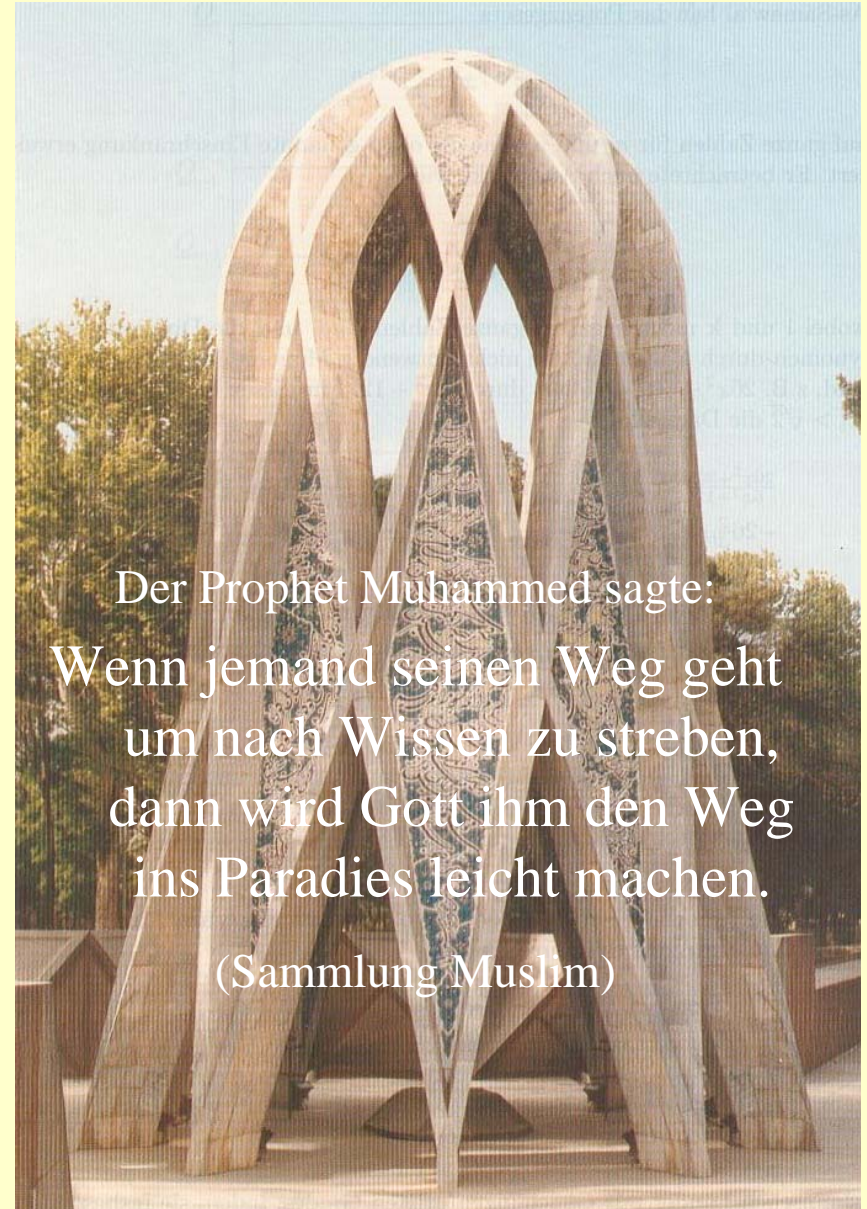


Algebra in den Ländern des Islam



Haus der Weisheit
(Bayt al-Hikma)



Der Prophet Muhammed sagte:
Wenn jemand seinen Weg geht
um nach Wissen zu streben,
dann wird Gott ihm den Weg
ins Paradies leicht machen.
(Sammlung Muslim)



Die Entstehung der Zahlzeichen und der Zahlensysteme

Um 30.000 v.u.Z. Verwendung von primitiven Zahlzeichen in Form von Strichen, Kerben oder Knoten.



Kerbholz

Ab ca. 3000 v.u.Z. Entstehung der ersten Zahlensysteme durch die Sumerer und Babylonier, sowie der Ägypter.



Sumerische Tontafel mit Zahlzeichen

Die Zahlschrift der Babylonier



Keilschrift der Babylonier

Die Babylonier stellten Zahlen mit Keilschrift im Sexagesimalsystem dar.








$$\lll \text{ } \text{ } \text{ } = 34$$


$$\text{ } \text{ } \lll \text{ } \text{ } \text{ } = 2 \times 60 + 34 = 154$$


$$\lll \text{ } \text{ } \lll \text{ } \text{ } \text{ } = 21 \times 60 + 34 = 1294$$

Die Zahlschrift der Ägypter





































Die Ägypter benutzten **Hieroglyphen** und die **Hieratische Kurzschrift** um Zahlen darzustellen.

						
1	10	100	1000	10000	100000	10 ⁶
Ägyptische Zahlen-Hieroglyphen						

 = 142123



2765

1 	10 	100 	1000 
2 	20 	200 	2000 
3 	30 	300 	3000 
4 	40 	400 	4000 
5 	50 	500 	5000 
6 	60 	600 	6000 
7 	70 	700 	7000 
8 	80 	800 	8000 
9 	90 	900 	9000 
Hieratische Zahlen			

Die Antike

- Rechnen (Zahlenrechnen) galt in der Antike als unwürdig und wurde den Sklaven überlassen.
- Als Rechenhilfsmittel diente der **Abakus**.
- Die Ergebnisse der Berechnungen wurden in der Regel mit römischen oder auch griechischen Zahlen festgehalten.
- Bemerkenswert: Grundlage für das Rechnen mit dem Abakus war eigentlich ein Stellenwertsystem.



Das Griechische Zahlenalphabet

Die Griechen benutzten in der Antike Buchstaben um Zahlen darzustellen. Man spricht auch vom sogenannten Zahlenalphabet.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Einer	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>Γ</i>	<i>Δ</i>	<i>E</i>	<i>F</i>	<i>Z</i>	<i>H</i>	<i>Θ</i>
	<i>α</i>	<i>β</i>	<i>γ</i>	<i>δ</i>	<i>ε</i>	<i>ς</i>	<i>ζ</i>	<i>η</i>	<i>θ</i>
Zehner	<i>I</i>	<i>K</i>	<i>Λ</i>	<i>M</i>	<i>N</i>	<i>Ξ</i>	<i>O</i>	<i>Π</i>	<i>Q</i>
	<i>ι</i>	<i>κ</i>	<i>λ</i>	<i>μ</i>	<i>ν</i>	<i>ξ</i>	<i>ο</i>	<i>π</i>	<i>ρ</i>
Hunderter	<i>P</i>	<i>Σ</i>	<i>T</i>	<i>Y</i>	<i>Φ</i>	<i>X</i>	<i>Ψ</i>	<i>Ω</i>	<i>Ϡ</i>
	<i>ρ</i>	<i>σ</i>	<i>τ</i>	<i>υ</i>	<i>φ</i>	<i>χ</i>	<i>ψ</i>	<i>ω</i>	<i>ϡ</i>
Tausender	<i>,α</i>	<i>,β</i>	<i>,γ</i>	<i>,δ</i>	<i>,ε</i>	<i>,ς</i>	<i>,ζ</i>	<i>,η</i>	<i>,θ</i>

Die griechischen Zahlen

Darstellung der Zahl 801:

$$\boxed{\omega = 800} \quad \& \quad \boxed{\alpha = 1} \quad \rightarrow \quad \boxed{\omega\alpha = 801}$$

Um nun Zahlen über der Zehntausender Grenze schreiben zu können, benutzte man sogenannte Myriaden und schrieb ein M, für Zehntausend, und die Anzahl der Zehntausender über das M.

$$\boxed{\overset{\lambda\beta}{M} = 32 \cdot 10^4 = 320.000}$$

Schließlich setzte man nur noch Punkte über die Buchstaben und machte die Zählangaben in Myriaden so deutlich.

$$\boxed{\overset{\lambda\beta}{M} = \overset{\cdot\cdot}{\lambda} \overset{\cdot\cdot}{\beta} = 320.000}$$

$$\boxed{\overset{\cdot\cdot}{\mu}, \alpha\omega\nu\delta' = 401854}$$

Das Griechische Zahlenalphabet

Die Griechen benutzten in der Antike Buchstaben um Zahlen darzustellen. Man spricht auch vom sogenannten Zahlenalphabet.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Einer	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>Γ</i>	<i>Δ</i>	<i>E</i>	<i>Ϝ</i>	<i>Z</i>	<i>H</i>	<i>Θ</i>
	<i>α</i>	<i>β</i>	<i>γ</i>	<i>δ</i>	<i>ε</i>	<i>ς</i>	<i>ζ</i>	<i>η</i>	<i>θ</i>
Zehner	<i>I</i>	<i>K</i>	<i>Λ</i>	<i>M</i>	<i>N</i>	<i>Ξ</i>	<i>O</i>	<i>Π</i>	<i>Q</i>
	<i>ι</i>	<i>κ</i>	<i>λ</i>	<i>μ</i>	<i>ν</i>	<i>ξ</i>	<i>ο</i>	<i>π</i>	<i>ϑ</i>
Hunderter	<i>P</i>	<i>Σ</i>	<i>T</i>	<i>Υ</i>	<i>Φ</i>	<i>X</i>	<i>Ψ</i>	<i>Ω</i>	<i>Ϡ</i>
	<i>ρ</i>	<i>σ</i>	<i>τ</i>	<i>υ</i>	<i>φ</i>	<i>χ</i>	<i>ψ</i>	<i>ω</i>	<i>ϡ</i>
Tausender	<i>,α</i>	<i>,β</i>	<i>,γ</i>	<i>,δ</i>	<i>,ε</i>	<i>,ς</i>	<i>,ζ</i>	<i>,η</i>	<i>,θ</i>

Die römischen Zahlen

Ziffer	I	V	X	L	C	D	M	I))	((I))	((I))	X
Wert	1	5	10	50	100	500	1000	5000	10000	100000	1000000

Die Römischen Ziffern werden bis in unsere heutige Zeit benutzt. Es gab viele unterschiedliche Schreibweisen im Laufe der Jahrhunderte. Das Zeichen M für 1000 kam allerdings erst im Mittelalter hinzu.

$$\overline{VII}CCCL = 7350$$

$$I)))(I)(I)CCCL = 7350$$

$$I))MMCCCL = 7350$$

Der Abakus

- Der Abakus wurde wahrscheinlich schon vor 3000 Jahren entwickelt und gelangte um 1000 v.u.Z., vermutlich aus dem Osten , zu den Völkern des Abendlandes.
- Das Wort geht auf das lateinische „**abacus**“ oder griechische „**abax**“ zurück und bedeutet hier soviel wie Tablett, Tisch oder Tafel.
- Die Römer bezeichneten mit „abacus“ Gegenstände mit glatter Oberfläche, wie Spieltische oder Buffets und zusätzlich alle Rechengeräte.
- Unter dem Abakus versteht man also ein **Rechenbrett** oder eine **Rechentafel**.

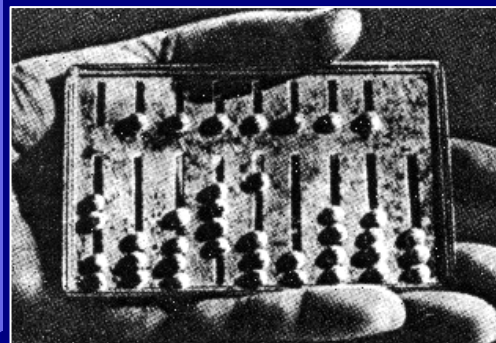
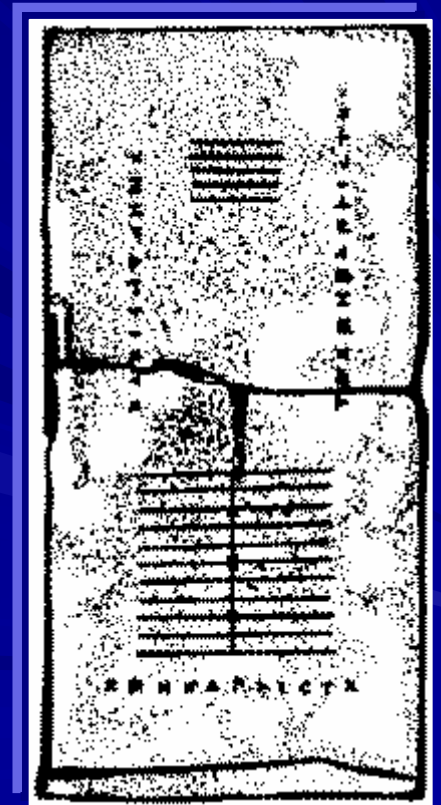
Abakusarten in der Antike

Bei den Griechen und Römern rechnete man mit Münzen bzw. Rechensteinen auf der Münztafel (Rechentafel). Die Römer benutzten für den „mobilen“ Einsatz jedoch den Handabakus.

10^6	10^5	10^4	10^3	10^2	10^1	10^0
		■	■			■
\overline{M}	\overline{C}	\overline{X}	M	C	X	I
	■ ■		■	■ ■ ■	■	■ ■

Das Prinzip der römische
Rechentafel
(hier mit M für 1000)

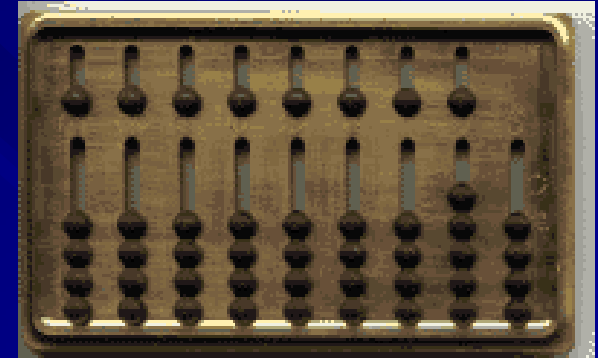
Salaminische
Rechentafel
aus Marmor
(5./4. Jh. v.u.Z.)



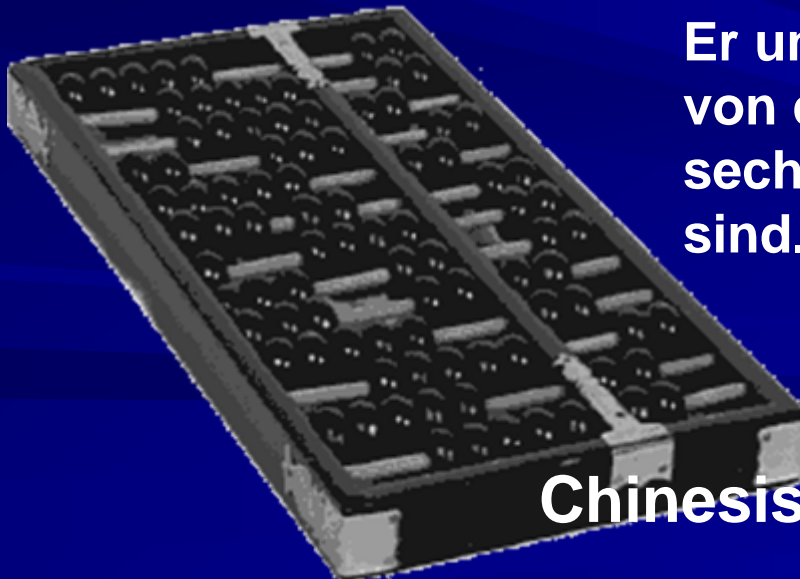
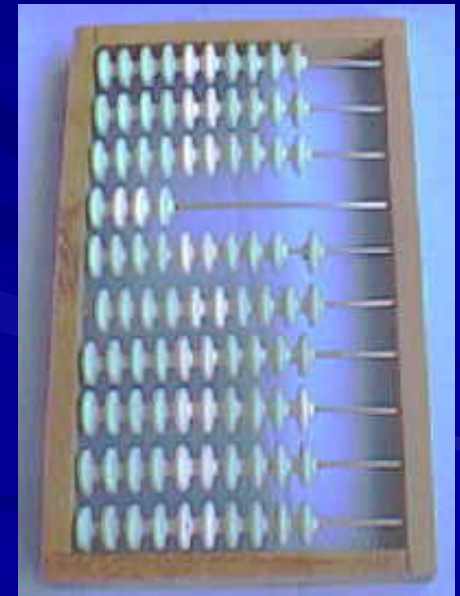
Der römische Handabakus

Mobile Rechenbretter

Römischer Handabakus (Replik)
Original im Thermenmuseum Rom
(ca.300 v. Chr.). Er besteht aus einer
Bronzeplatte mit senkrechten Schlitzen,
in denen die »claviculi« (Nägelchen)
verschoben werden konnten.



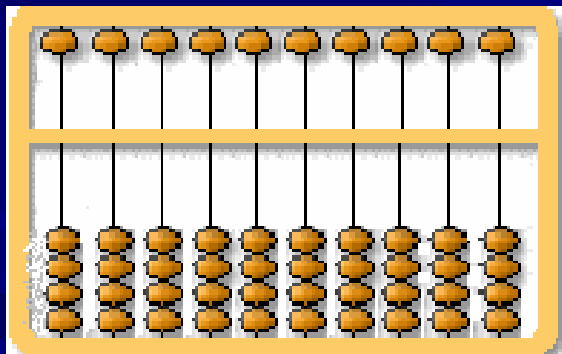
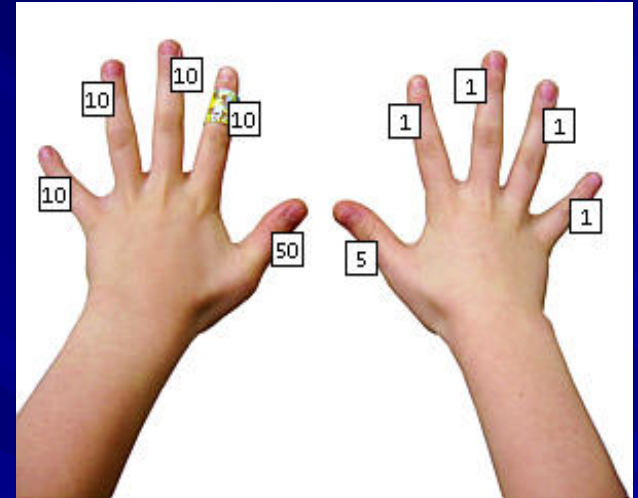
Russischer Stschoty
Er umfasst zehn Kugeln,
von denen die fünfte und
sechste farbig abgesetzt
sind.



Chinesischer **Suan-Pan**

Das Rechenprinzip

Das **Rechenprinzip** vom Abakus war bzw. ist ein sogenanntes "**bi- quintales**", welches wohl in Anlehnung an die zweimal fünf Finger der menschlichen Hände entstand.

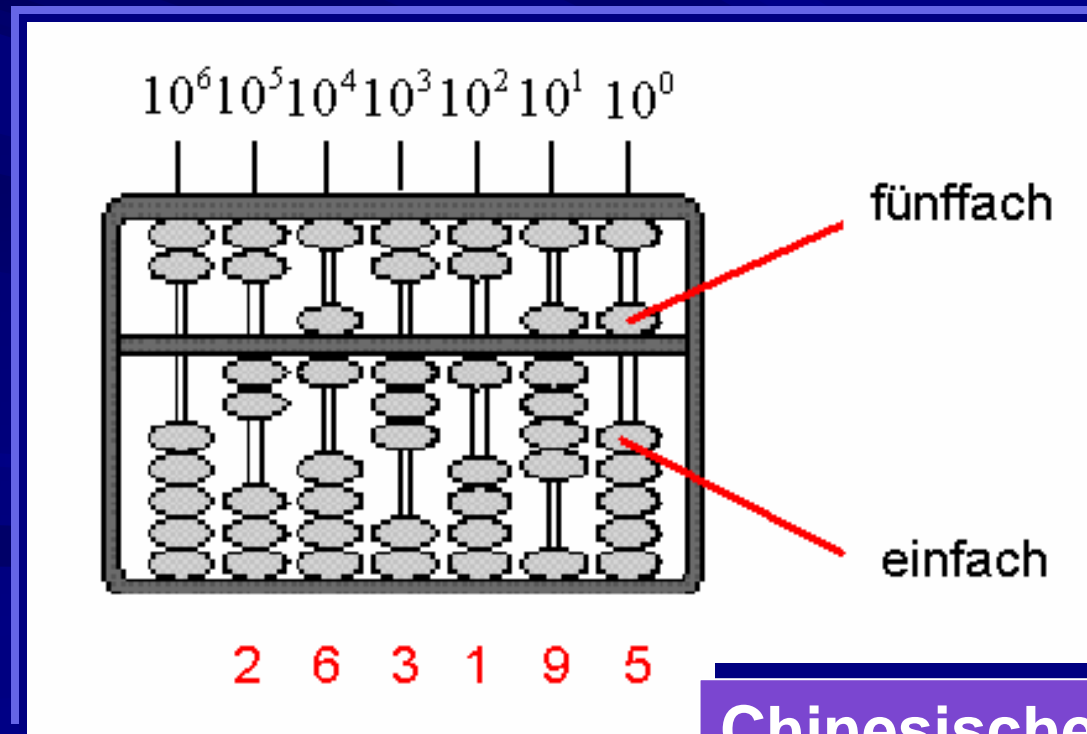


Japanischer **Soroban**

Am römischen Handabakus und am japanischen Soroban ist dieses Prinzip genauestens umgesetzt, hier zählen in jeder Spalte die vier unteren Kugeln einfach, die obere hingegen fünffach.

Zahlendarstellung

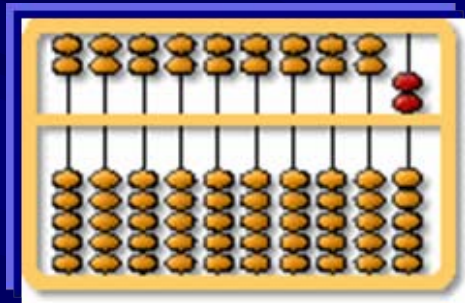
Die Darstellung einer Zahl auf dem Abakus ähnelt unserer heutigen Zahlenschreibweise. Jede Spalte steht hier für eine Zehnerpotenz. Ist der Abakus geteilt, zählen die oberen Kugeln (bzw. Steine bei den Rechentafeln) fünffach, die unteren einfach.



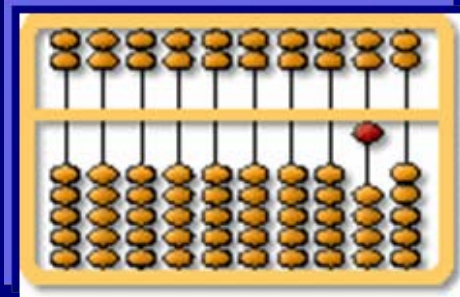
Chinesischer Suan-Pan

Darstellungen der Zahl 10 auf dem Suan-Pan

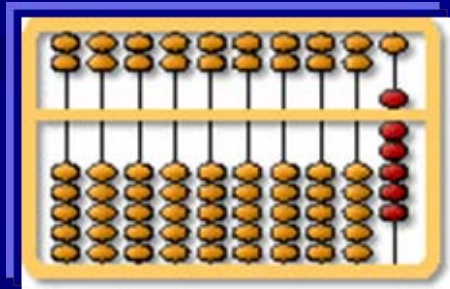
Die Zahl 10 kann bei diesem Abakus unterschiedlich dargestellt werden!



Die **erste Möglichkeit** ist, in der 1. Reihe 2 Kugeln von oben ($5+5=10$) zum Mittelbalken zu schieben.



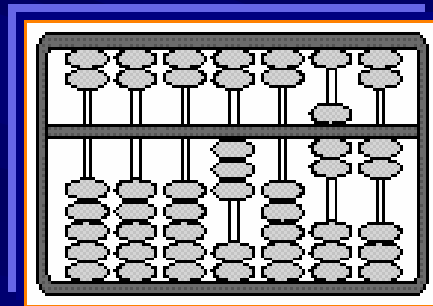
Die **zweite Möglichkeit** ist, in der 2. Reihe eine untere Kugel für die 10 zu nehmen.



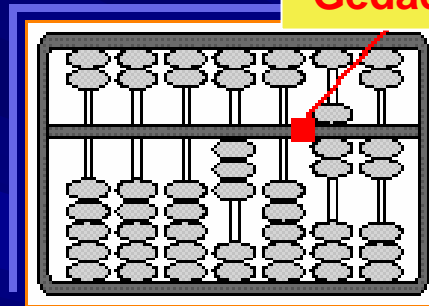
Für die **dritte Möglichkeit** nimmt man eine obere und 5 untere Kugeln aus der 1. Reihe ($5+1+1+1+1+1=10$).

Darstellung von Dezimalzahlen

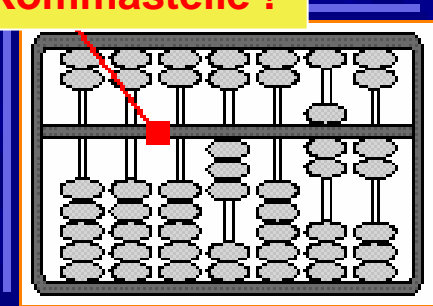
Dezimalzahlen sind auf dem Abakus „anwenderabhängig“, d.h. dass nur der momentane Benutzer weiß, wo sich das Komma befindet, da der Abakus kein Komma darstellen kann.



Zahl „3072“



Zahl „30,72“



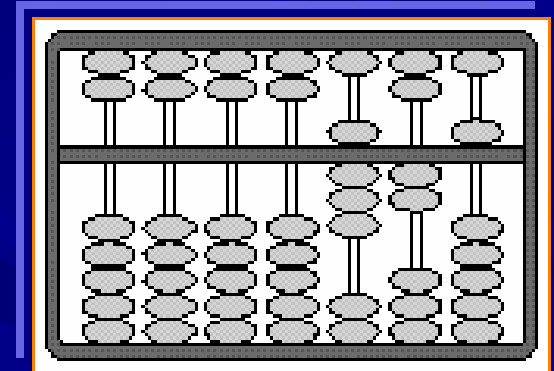
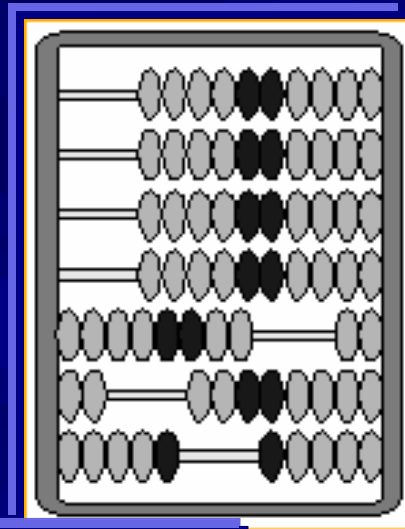
Zahl „0,03072“

Gedachte Kommastelle !

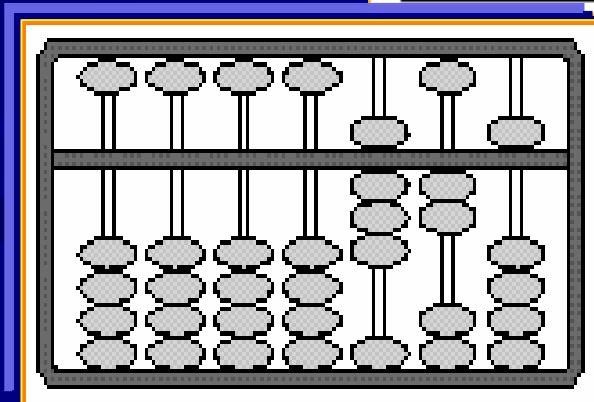
Der Anwender muss also bei Rechenoperationen ständig im Kopf behalten, wo er das Komma gesetzt hat. Bei Addition oder Subtraktion stellt das normalerweise kein Problem dar, da sich die Kommastelle hier nicht verschiebt.

Darstellung der Zahl 825 auf dem Stschoty, Suan-Pan und Soroban

Die 825 auf dem russischen Stschoty.



Suan Pan. die Kugeln im oberen Bereich, dem Himmel, sind jeweils fünf Zähler wert.



Beim japanischen Soroban hat man nur eine fünffach zählende Kugel im oberen Bereich.

Rechnen mit dem Abakus

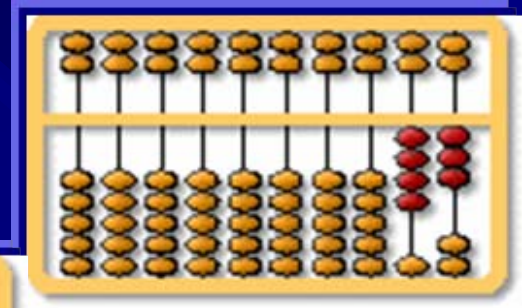
Rechenmöglichkeiten:

1. Addition
2. Subtraktion
3. Multiplikation
4. Division
5. Wurzelziehen

Addition $43 + 96 = ?$

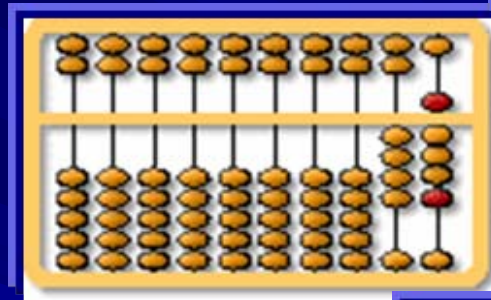
1. Schritt

Eingabe der 43 in den Abakus !



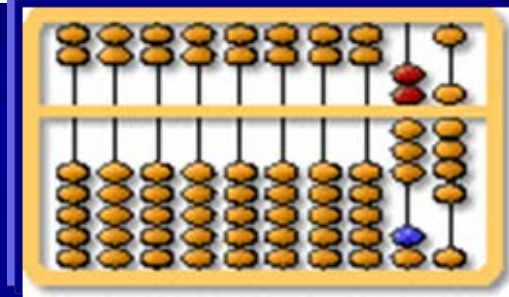
2. Schritt

$$43 + 6 = 49$$



3. Schritt

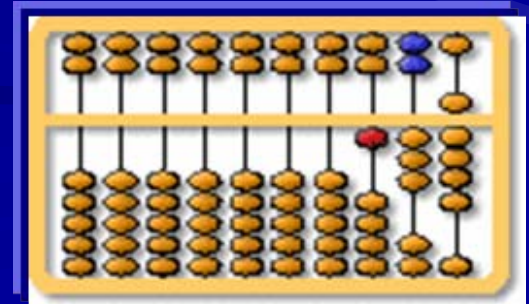
$$49 + 90 = 49 + (+ 100 - 10)$$



4. Schritt

Überbesetzte Spalten beseitigen !

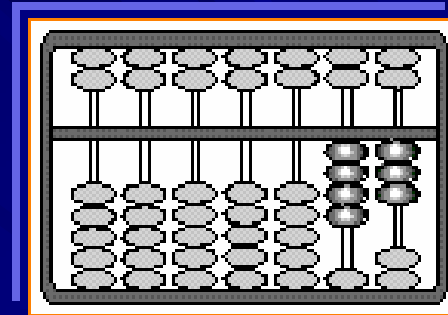
Ergebnis: 139



Subtraktion $43 - 26 = ?$

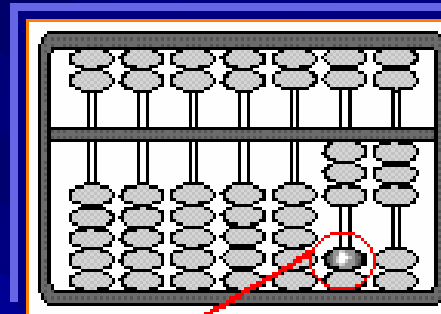
1. Schritt

Eingeben der 43 in den Abakus.

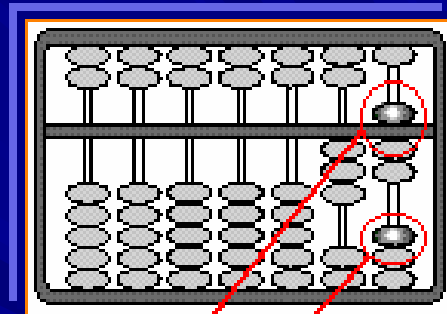


2. Schritt

Man beginnt von rechts nach links, also $43 - 6$! Da nicht genug Kugeln zur Verfügung stehen rechnet man $-10 + 4 = -6$.



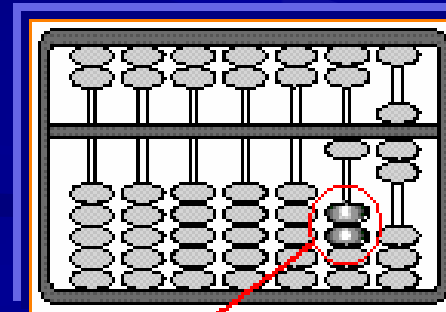
„- 10 “



„+ 4 (= +5 - 1) “

3. Schritt

Von der verbliebenen 37 wird die 20 abgezogen.



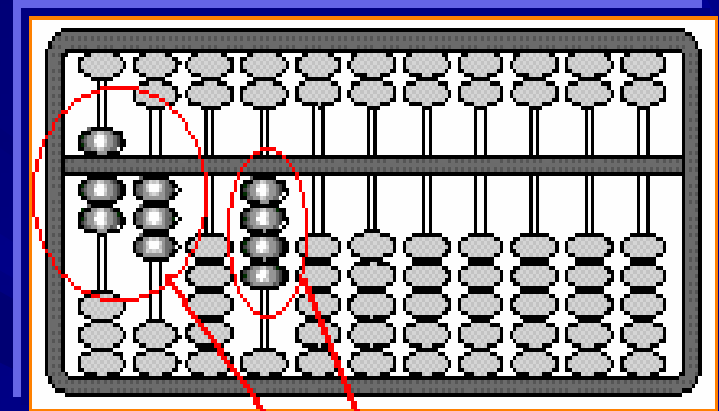
„ - 20 “

Ergebnis: 17

Multiplikation $73 \times 4 = ?$

1. Schritt

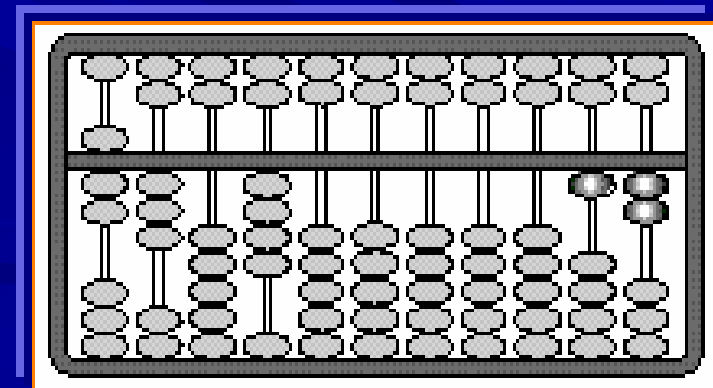
Den Multiplikanden ganz links und den Multiplikator mit einer Strebe Abstand in den Abakus eingeben !



73×4

2. Schritt

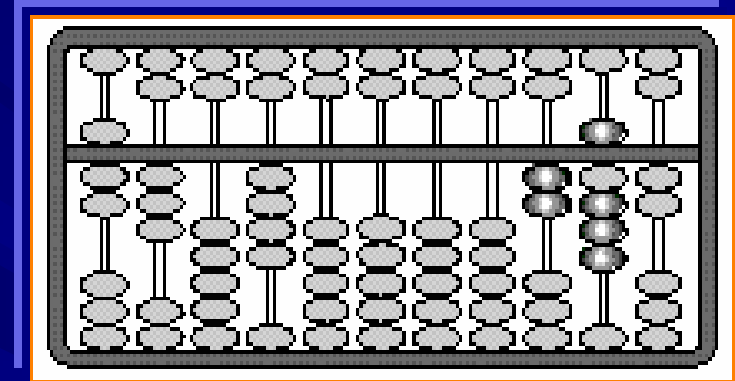
Zuerst wird nun die 3 der 73 mit der 4 multipliziert, es entsteht die 12, die ganz rechts eingetragen wird!



„ $3 \times 4 = 12$ “

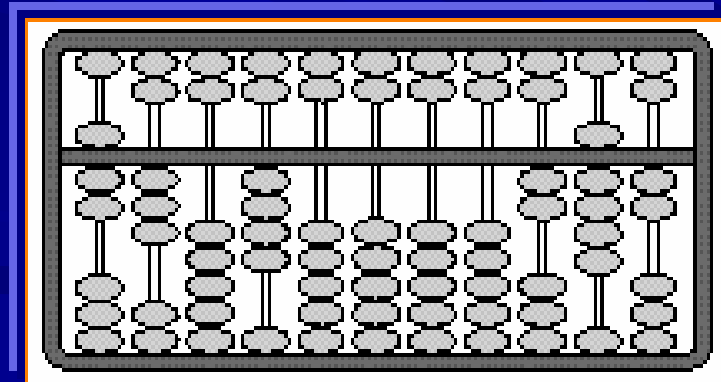
3. Schritt

Nun wird die 7 der 73 mit der 4 multipliziert, Ergebnis 28. Diese wird eine Spalte weiter links eingetragen.



$$„ 7 \times 4 = 28 “$$

Ergebnis: 292



Die Bedeutung der Araber in der Mathematik

1. Die Araber übersetzten viele mathematische Werke der Griechen und erhielten sie so für die Nachwelt.
2. Sie übernahmen die indische und babylonische Arithmetik sowie die Zahlenschreibweise der Inder, sowie das Dezimalsystem.
3. Entwickelten die Trigonometrie weiter.
4. Sie gelten als die Urväter der Algebra und Mittler zwischen den Kulturen aus Indien / China und Europa.

Muhammed Ibn Musa al Khwarazmi

Urvater der Algebra

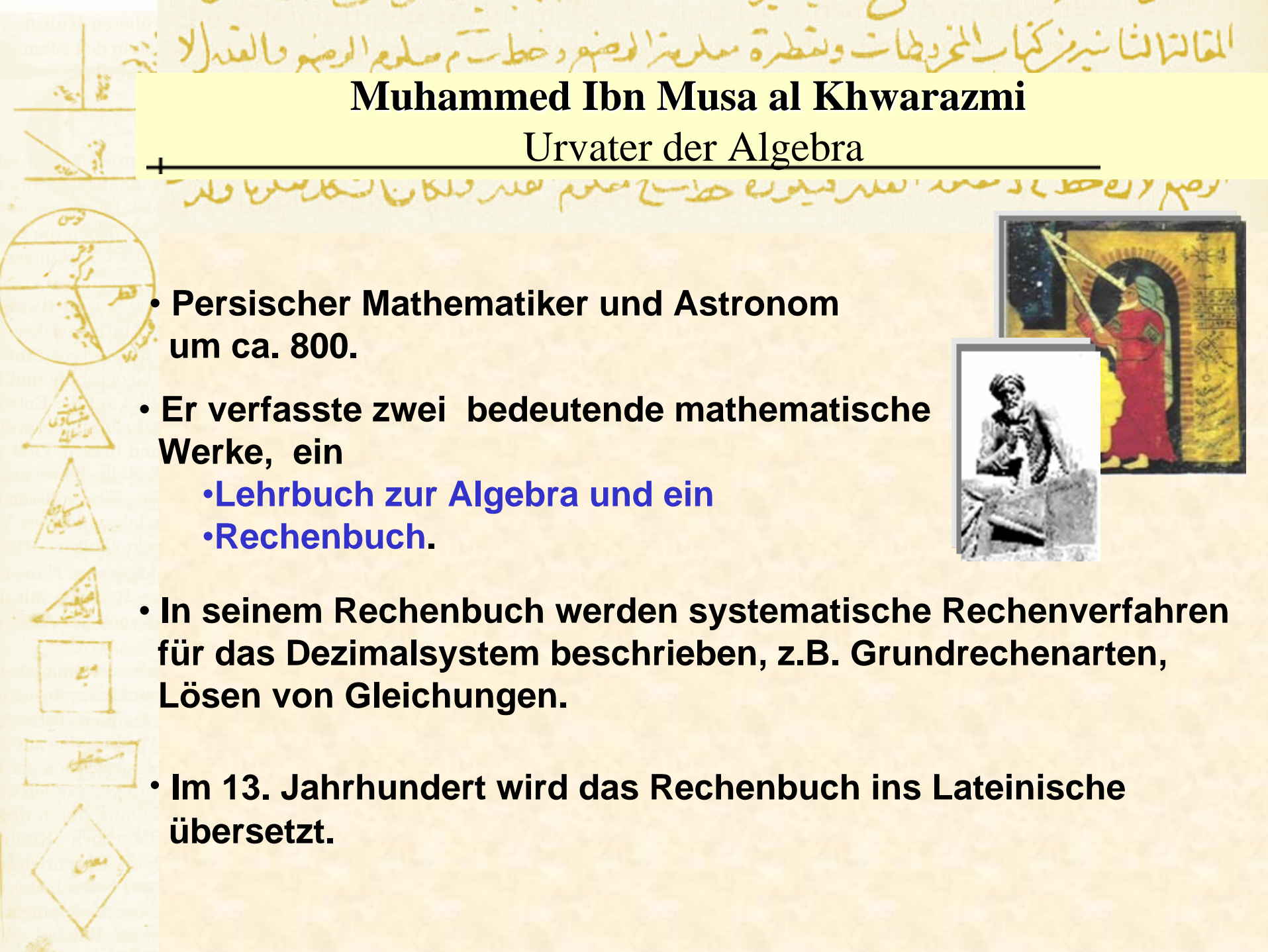
- Persischer Mathematiker und Astronom um ca. 800.

- Er verfasste zwei bedeutende mathematische Werke, ein

- **Lehrbuch zur Algebra** und ein
- **Rechenbuch**.

- In seinem Rechenbuch werden systematische Rechenverfahren für das Dezimalsystem beschrieben, z.B. Grundrechenarten, Lösen von Gleichungen.

- Im 13. Jahrhundert wird das Rechenbuch ins Lateinische übersetzt.

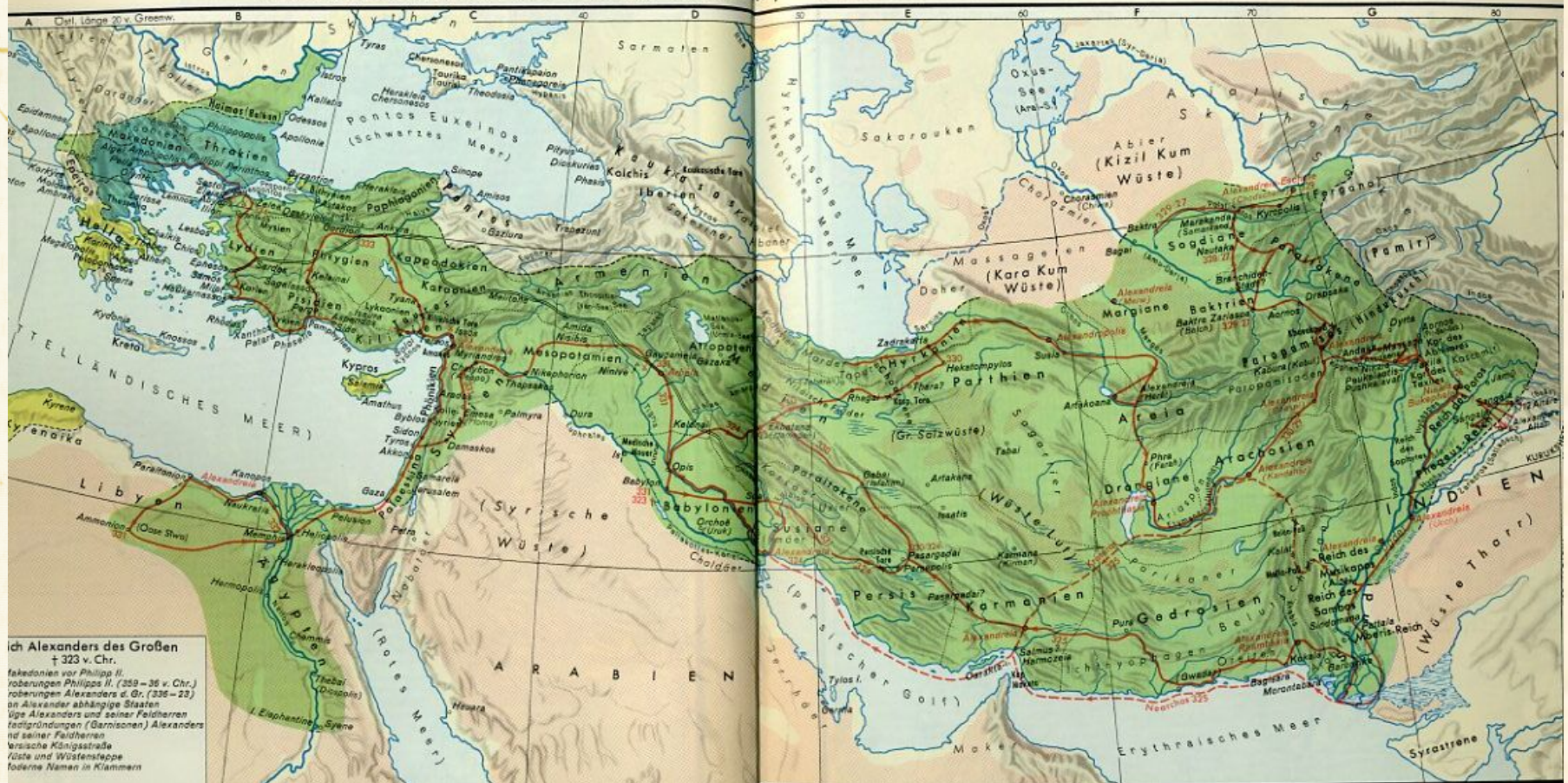


Historischer Überblick – Erste Kalifen



Die Verbreitung griechischer Kultur u. Wissenschaft

Das Reich Alexanders des Großen († 323 v. Chr.) – Diadochenreiche um 301 und 200 v. Chr.



Diadochenreiche 200

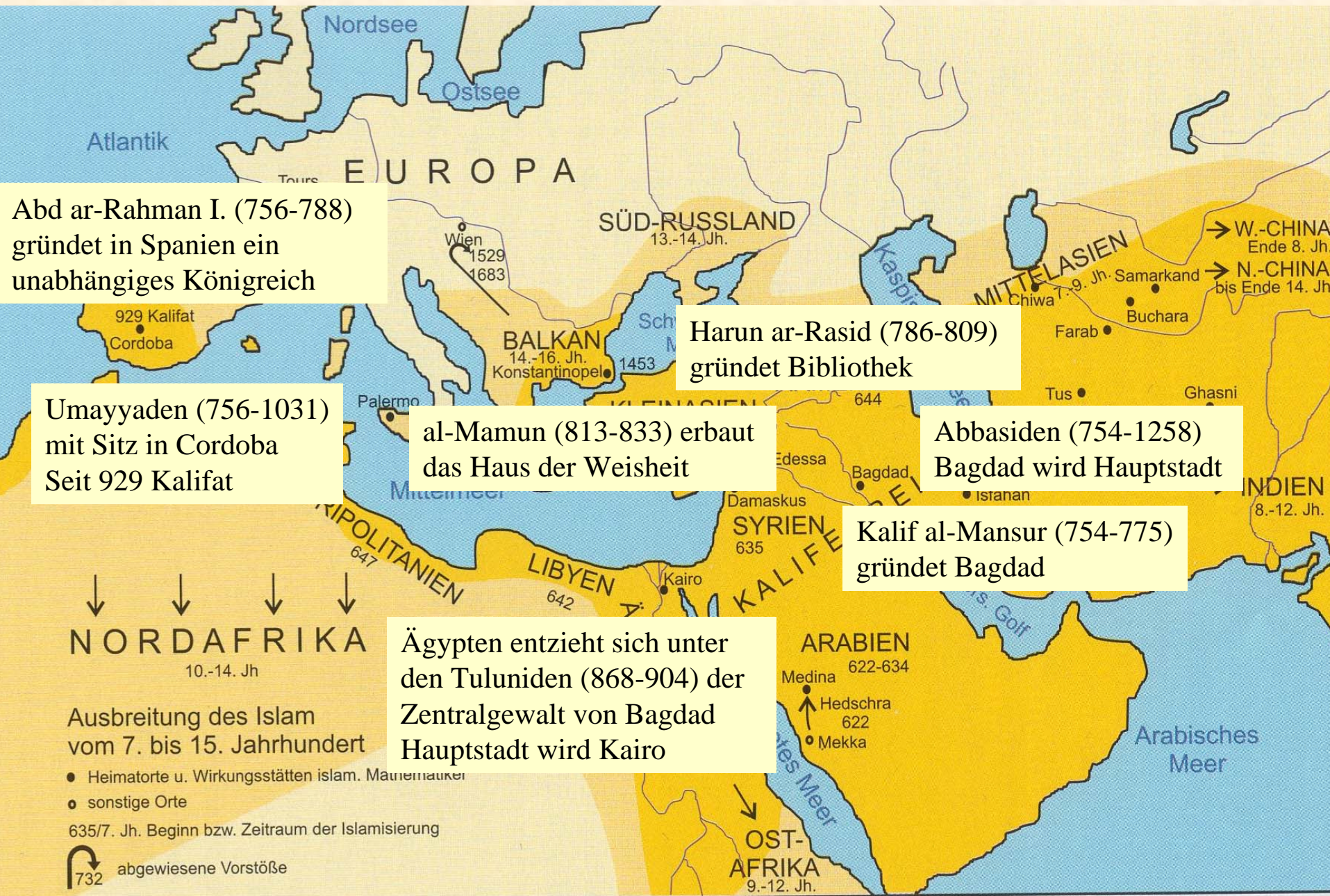
Die Verbreitung griechischer Kultur u. Wissenschaft



Historischer Überblick – Umayyaden



Historischer Überblick – Abbasiden und Teilung



Das indisch-arabische Zahlensystem

— = ≡ 𐌹 𐌺 𐌬 𐌷 𐌸 𐌹	Indisch 3. Jh. v. Chr.
𐌶 𐌷 𐌸 𐌹 𐌺 𐌬 𐌷 𐌸 𐌹 𐌺	Indisch 8. Jh.
𐌶 𐌷 𐌸 𐌹 𐌺 𐌬 𐌷 𐌸 𐌹 𐌺	Westarabisch 11. Jh.
1 2 3 4 5 6 7 8 9 0	Europäisch 15. Jh.
1 2 3 4 5 6 7 8 9 0	Europäisch 16. Jh.
1 2 3 4 5 6 7 8 9 0	Neuzeit 20. Jh.

Arabische Ziffern sind indischen Ursprungs

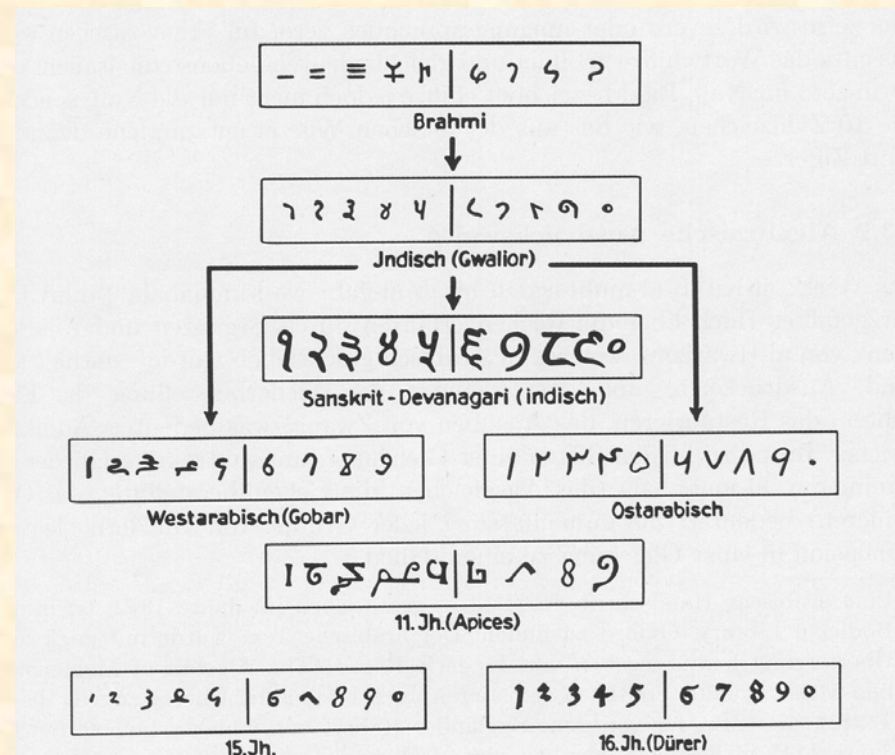
Zehn verschiedene Ziffern in einem Stellenwertsystem

Bekannt geworden in Deutschland durch Adam Riese

Ermöglichten einfaches Rechnen

Mathematik der Araber und ihre wichtigsten Vertreter

- 8. Jh. Übernahme der indischen Ziffern
- 8.-10. Jh. Übersetzungen griechischer, persischer und indischer Werke (insbes. in Bagdad) – zuvor keine eigenständige mathematische Kultur
- 8.-9. Jh. Al-Khawarizmi**
- 9.-10. Jh. Abu Kamil
- 10.-11. Jh. Al-Karagi
- 11. Jh. Umar Hayyam
- 12.-13. Jh. Saraf ad-din at-Tusi
- 13. Jh. Nasir ad-din at-Tusi
- 15. Jh. Al-Kasi



Forschungsgebiete der Arabischen Mathematiker

Geometrie :

Thabit ibn Qurra – Omar al-Khayyam – Ibn al-Haytham.

Lehre von den Zahlen

1. Indische Zahlen :

al-Uqludisi.

2. Wirtschaftsarithmetik : Abu l-Wafa.

3. Algebra :

al-Khawarizmi

4. Dezimalzahlen:

al-Kashi

5. Kombinatorik :

Ibn al-Mun^cim

• Trigonometrie :

Nasir ad-Dine at-Tusi

• Astronomie :

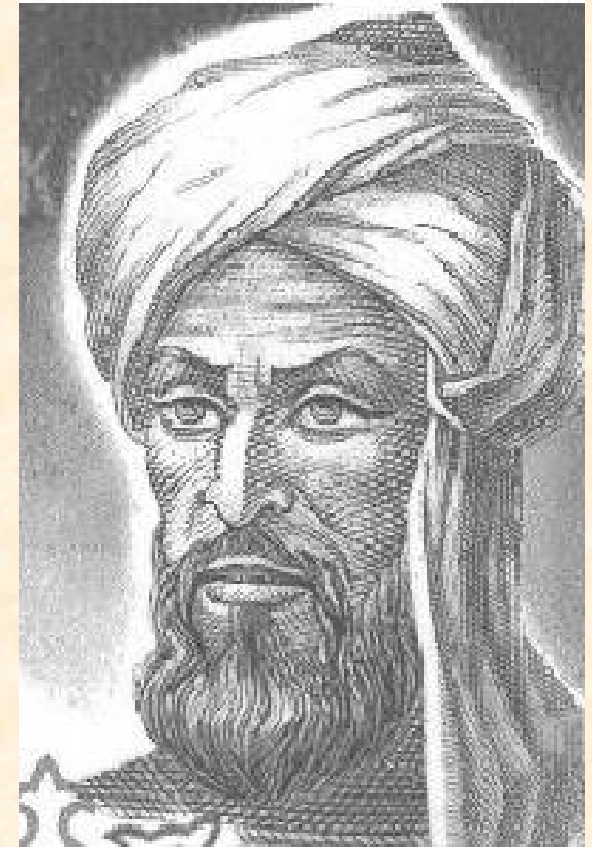
al-Biruni

• Musiklehre :

al-Farabi.

The diagrams illustrate the construction of a square and a rectangle. The top diagram shows a square with vertices labeled 'a', 'b', 'c', and 'd'. The bottom diagram shows a rectangle with vertices labeled 'a', 'b', 'c', and 'd'. The construction involves drawing a line segment 'ab' and then constructing perpendicular lines at 'a' and 'b' to find points 'c' and 'd' respectively, completing the figure.

-



Die Wurzeln von Al-Khawarizmis Algebra

- Indische Mathematik
- Griechische Mathematik
- Babylonische Mathematik

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0
1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



Algebra (= Ergänzen)

Der Name

Algebra

ist die lateinische Übersetzung des Wortes :

al-Jabr

*Dieses Wort ist Teil des Titels des ersten Textbuches
über Gleichungen und wie man sie löst:*

al-Kitab al-muhtasar fi hisab al-gabr wa-l-muqabala
geschrieben von
al-Khwarizmi (780-850).

Algorithmus ist die Transkription seines Namens

Al-Khawarizmis Algebra



al-Kitab al-muhtasar fi hisab al-gabr wa-l-muqabala

„Kurzes Buch über das Rechnen der Algebra und Almuqabala“ oder

„Ein kurzgefasstes Buch über die Rechenverfahren durch Ergänzen und Ausgleichen“

Al-gabr (das Ergänzen, die Wiederherstellung, das Einrichten, das Restaurieren, das Ausüben von Zwang) bedeutet:

Addition gleicher Terme zu beiden Seiten einer Gleichung, um subtraktive Glieder zu eliminieren

Beispiel:

Die Gleichung

wird durch al-gabr

und durch al-muqabala zu

Al-muqabala (das Ausgleichen, die Gegenüberstellung, das Opponieren) bedeutet:

Zusammenfassung jeder Gruppe von Gliedern gleicher Dimension in einer Gleichung zu einem Glied.

$$x^2 - 3x + 12 = 5x + 2$$

$$x^2 + 12 = 8x + 2$$

$$x^2 + 10 = 8x$$

Al-Khawarizmi's Algebra



Al-gabr (=Ergänzen) ist der Prozess negative Terme in einer Gleichung zu beseitigen

$$50x^2 + 300 - 6x = 10x - 100 - x^2$$

Arabische Methode :

Vervollständige jede Seite durch Beseitigung der negativen Terme

$$50x^2 + 300 + x^2 + 100 = 10x + 6x$$

Indische Methode :

Subtrahiere von der rechten Seite der Gleichung die Unbekannten und von der linken Seite alle Zahlen, so dass alle Unbekannten auf der linken Seite und alle Zahlen auf der Rechten Seite sind.

$$50x^2 + 300 - 6x - 300 - 10x - (-x^2) = 10x - 100 - x^2 - 300 - 10x - (-x^2)$$

Sechs Normalformen für Gleichungen

Al-Khawarizmi gibt sechs Normalformen an, auf die andere Gleichungen zurückgeführt werden. Er benutzt keine Symbolik, seine Ausführungen sind rein verbal.

Wurzel (arab. *gidr*) wird im Sinne von Unbekannte benutzt.

$$ax^2 = bx$$

$$ax^2 + bx = c$$

$$ax^2 = c$$

$$ax^2 + c = bx$$

$$bx = c$$

$$x^2 = bx + c$$

a, b, c sind gegebene positive Zahlen

Indische kanonische Gleichung :

$$ax^2 \pm bx = \pm c$$

a, b, c sind gegebene positive Zahlen oder Null.

Sechs Normalformen für Gleichungen

al-Jabr :

$$31x^2 - 2x + 40 = 21x$$
$$\rightarrow 31x^2 + 40 = 23x$$

al-Muqābala : $10x^2 + 3x + 4 = 15x^2 + 2x + 1$

$$\rightarrow x + 3 = 5x^2$$

Shay : « das Ding » oder die Unbekannte. Heute bezeichnet mit x

Māl : Es ist «die Multiplikation von *Shay* mit *Shay* ». In der Tat ist es das Quadrat der Unbekannten. Heute ist es mit x^2 bezeichnet.

Gleichung $x + 3 = 5x^2$ wird in Arabisch wie folgt gelesen

Shay plus drei gleich fünf Māl

Al-Khawarizmis Algebra

Wie die Regel angegeben wird, sei hier an einer Gleichung vom Typ 5 gezeigt. Zunächst wird durch a geteilt und man erhält in unserer Schreibweise $x^2 + q = p x$.

Al-Khawarizmis Beispiel ist $x^2 + 21 = 10 x$.

"Halbiere die Wurzel; das gibt fünf;

$$10/2 = 5$$

multipliziere dies mit sich selbst, und du erhältst fünfundzwanzig;

$$5^2 = 25$$

Ziehe davon die einundzwanzig ab, die dem Quadrat hinzugefügt sind;
es verbleiben vier;

$$25 - 21$$

$$= 4$$

ziehe hieraus die Wurzel - das ergibt zwei,

$$\text{Wurzel}(4) = 2$$

ziehe dies von der Hälfte der Wurzel ab, d.h. von fünf, es verbleiben drei;

$$5 - 2 = 3$$

dies ist die Wurzel des Quadrats, das du suchst,

$$x = 3$$

und das Quadrat ist neun.,

$$x^2 = 9$$

Falls du willst, addiere dies zur Hälfte der Wurzeln, das gibt sieben,

$$5 + 2 = 7$$

und das ist die Wurzel des Quadrats, das du suchst,

$$x = 7$$

und das Quadrat ist neunundvierzig."

$$x^2 = 49$$

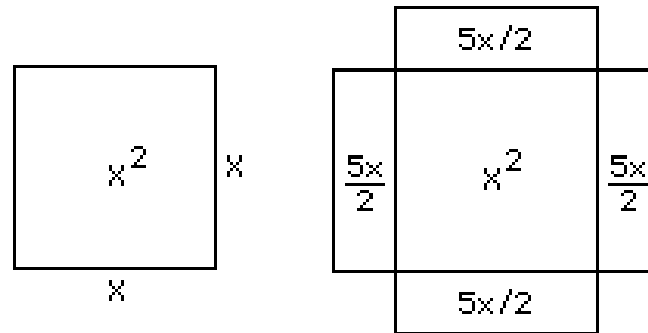
**Allgemein (in
Formelschreibweise):**

$$x = \frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

Graphische Lösung von Gleichungen

$$x^2 + 10x = 39$$

Al Khwarizmi



①

②

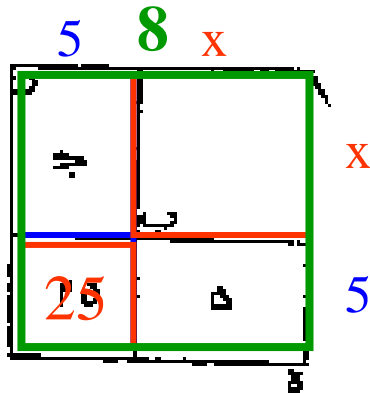
$\frac{25}{4}$		$\frac{25}{4}$
	64	
$\frac{25}{4}$		$\frac{25}{4}$

③

Al-Khawarizmis Algebra

Am Gleichungstyp 4 ($x^2 + px = q$) sei ein geometrischer Beweis von al-Khawarizmi kurz vorgestellt.

$$x = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 + q} - \frac{p}{2}$$



اليه سما جتوازي اوصاع عرضه مثل احد اضلاع ح ١٠ وهو
ضلع هـ والسطح د ب فصار طول السطحين جميعا ضلع ج هـ
وقد علمنا ان طوله عشرة من العدد لان كل سطح مربع
معساوي الاضلاع والنزايا فان احد اضلاعه مضروباً في واحد جذر
ذلك السطح وفي اثنين جذراه فلما قال مال واحد وعشرون
يعادل عشرة اجزائه علمنا ان طول ضلع د ج عشرة اعداد لان
ضلع ج د جذر المال فقسمنا ضلع ج هـ بنصفين علي نقطة

$$\downarrow + 25 = \downarrow + 25 = 64 = 8^2$$

Beweis für $x^2 + 10x = 39$.

Der Beweis wird zwar an diesem Zahlenbeispiel geführt, die Argumentation ist jedoch allgemeingültig.

Al-Khawarizmi beginnt mit folgendem Quadrat.

Daran wird links und unten je ein Rechteck mit $5x$ angelegt. So hat er $x^2 + 10x$ dargestellt. Um diese Figur zum Quadrat zu machen, muss ein Quadrat mit dem Inhalt 25 angefügt werden.

So erhält Al-Khawarizmi ein Quadrat der Seitenlänge $x+5$.

Der Zahl, die dem Quadrat und der Wurzel gleich ist, muss also ebenfalls 25 hinzugefügt werden.

Die **Quadratseite** hat somit die Länge 8.

Somit ergibt sich die gesuchte Lösung der Gleichung zu $x = 8 - 5 = 3$

Al-Khawarizmi's Algebra

Anwendungen

Al-Khawarizmi widmet die zweite Hälfte seiner Algebra Testaments- und Erbteilungsaufgaben. Bei dem moslemischen Erbrecht kommen verwickelte Regeln des Religionsrechts zum tragen.

Beispielaufgabe:

Ein Mann stirbt. Er hinterlässt zwei Söhne und vermacht einem anderen Mann ein drittel seines Besitzes. Er besitzt 10 Dirham an Vermögen und ein Sohn schuldet ihm noch 10 Dirham.

Nach dem Aufteilungsprinzip müsste der Sohn zuerst seine 10 Dirham Schulden bezahlen und dann würde unter allen drei Erben geteilt.

Nach Islamischen Erbrecht gilt aber:

1. Der Betrag, um den das ausstehende Darlehen den gesetzlichen Anteil des Sohnes überschreitet, wird wie ein Geschenk für den Sohn behandelt.
2. Das Geschenk geht dem Nachlass voraus und der Nachlass geht den gesetzlichen Anteilen voraus.

Al-Khawarizmi's Algebra

Anwendungen

→ Al-Khawarizmi setzt x für den rechtmäßigen Nachlass des Sohnes.
Der mit Schulden belastete Sohn muss nur soviel in die Masse geben, wie sein Anteil bei der Teilung beträgt (also x).

→ aus der Schuld werden dem Vermögen x Dirham hinzugegeben

→ das gleichmäßig zu vererbende Vermögen beträgt also: $10+x$

Der Fremde erhält also folglich $(10+x)/3$ Dirham und beide Söhne je x Dirham

$$\rightarrow (10+x)/3 + 2x = 10 + x$$

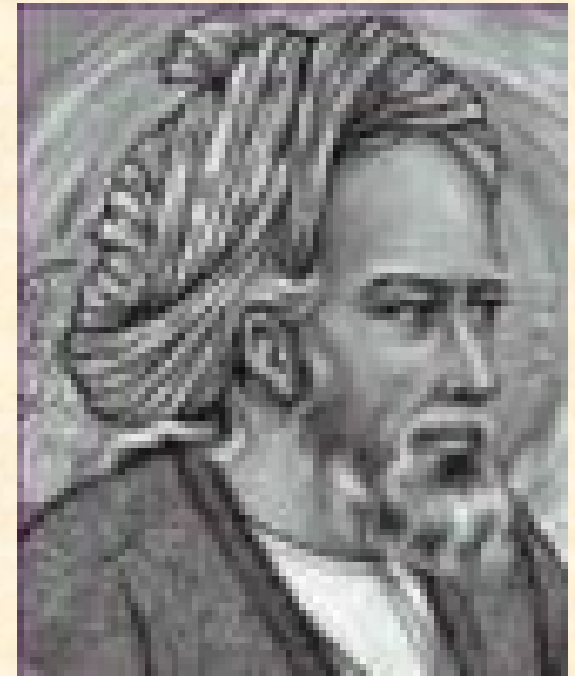
$$\rightarrow x = 5$$

Der Sohn-Schuldner muss also zunächst 5 Dirham herausgeben, die er dann wieder erhält.

Sein Bruder erhält, wie auch der Fremde 5 Dirham aus dem Nachlass.

Abu Kamil

- lebte ca. 850-930
- entwickelt die Algebra in seinem Lehrbuch „Buch über Ergänzen und Ausgleichen“ weiter: erweiterte quadratische Gleichungen auf rationale oder irrationale Koeffizienten und Lösungen
- sein Werk „das Buch der Seltenheiten der Rechenkunst“ behandelt lineare Gleichungen, sogenannte Vogelaufgaben
- Es wird angenommen, dass er in Ägypten geboren wurde, da er auch bekannt ist als al h'asib al-Mis'ri, der Rechner Ägyptens.



Abu Kamil – Das Buch der Seltenheiten der Rechenkunst

Einleitung

"Im Namen Gottes, des Barmherzigen und Gnädigen! Es spricht Shodja ben Aslam, bekannt unter dem Namen Abu Kamil: Ich kenne eine besondere Art der Rechnungen, die bei Vornehmen und Geringen, bei Gelehrten und Ungelehrten erzählt werden, an denen sie sich ergötzen und die sie neu und schön finden. Es fragt einer den anderen nach der Lösung, dann wird ihm mit einer ungenauen, nur vermutungsweisen Antwort erwidert. Sie erkennen darin weder ein Prinzip noch eine Regel. Es pflegten viele Vornehme und Geringe mich über Aufgaben der Rechenkunst zu fragen, dann antwortete ich ihnen für jede einzelne Aufgabe mit der einzigen Antwort, wenn es keine andere gab, aber oft gab es für eine Aufgabe zwei, drei, vier oder mehr Antworten. ... Da war meine Verwunderung hierüber groß, und ich machte die Erfahrung, dass ich, wenn ich von dieser Entdeckung erzählte, angestaunt oder unfähig erachtet wurde, oder dass diejenigen, die mich nicht kannten, einen falschen Verdacht gegen mich fassten. Da entschloss ich mich, über diese Rechnungsart ein Buch zu schreiben."

Umar Hayyam (al-Chayyam, Umar ibn Ibrahim)

- Etwa 1048 in Nischabur geboren
- ca. 1131 verstorben
- Mathematiker, Astronom, Philosoph und Dichter
- hatte die Leitung einer Astronomengruppe die den persischen Kalender reformierte
- **mit seiner geometrischen Theorie der Gleichungen dritten Grades begann eine neue Phase der Algebra**

