

Praktische Informatik 3

Einführung in die Funktionale Programmierung

Vorlesung vom 30.01.2007:

Effizienzaspekte

Christoph Lüth

WS 06/07



Inhalt

- Zeitbedarf: Endrekursion — `while` in Haskell
- Platzbedarf: Speicherlecks
- Verschiedene andere Performancefallen:
 - Überladene Funktionen
 - Listen

Inhalt

- **Zeitbedarf:** Endrekursion — `while` in Haskell
- **Platzbedarf:** Speicherlecks
- Verschiedene andere Performancefallen:
 - Überladene Funktionen
 - Listen
- “Usual Disclaimers Apply”:
 - Erste Lösung: bessere Algorithmen
 - Zweite Lösung: Büchereien nutzen

Effizienzaspekte

- Zur **Verbesserung** der Effizienz:
 - Analyse der **Auswertungsstrategie**
 - ... und des **Speichermanagement**
- Der ewige Konflikt: **Geschwindigkeit vs. Platz**

Effizienzaspekte

- Zur **Verbesserung** der Effizienz:
 - Analyse der **Auswertungsstrategie**
 - ... und des **Speichermanagement**
- Der ewige Konflikt: **Geschwindigkeit** vs. **Platz**
- Effizienzverbesserungen durch
 - **Endrekursion**: Iteration in Haskell
 - **Striktheit**: **Speicherlecks** vermeiden
- Vorteil: Effizienz **muss nicht** im Vordergrund stehen

Endrekursion

Eine Funktion ist **endrekursiv**, wenn

- (i) es genau einen rekursiven Aufruf gibt,
- (ii) der **nicht** innerhalb eines **geschachtelten Ausdrucks** steht.

- D.h. darüber **nur Fallunterscheidungen**: `if` oder `case`
- Entspricht `goto` oder `while` in imperativen Sprachen.
- Wird in **Sprung** oder **Schleife** übersetzt.
- Nur **nicht-endrekursive** Funktionen brauchen Platz auf dem Stack.

Beispiele

- `fac'` **nicht** endrekursiv:

```
fac' :: Integer -> Integer
fac' n = if n == 0 then 1 else n * fac' (n-1)
```

- `fac` endrekursiv:

```
fac :: Integer -> Integer
fac n = fac0 n 1 where
  fac0 :: Integer -> Integer -> Integer
  fac0 n acc = if n == 0 then acc
               else fac0 (n-1) (n*acc)
```

- `fac'` verbraucht Stackplatz, `fac` nicht. (Zeigen)

Beispiele

- Liste umdrehen, **nicht** endrekursiv:

```
rev' :: [a] -> [a]
```

```
rev' [] = []
```

```
rev' (x:xs) = rev' xs ++ [x]
```

- Hängt auch noch hinten an — $O(n^2)$!

Beispiele

- Liste umdrehen, **nicht** endrekursiv:

```
rev' :: [a] -> [a]
rev' [] = []
rev' (x:xs) = rev' xs ++ [x]
```

- Hängt auch noch hinten an — $O(n^2)$!

- Liste umdrehen, endrekursiv und $O(n)$:

(Zeigen)

```
rev :: [a] -> [a]
rev xs = rev0 xs [] where
    rev0 [] ys = ys
    rev0 (x:xs) ys = rev0 xs (x:ys)
```

Überführung in Endrekursion

- Gegeben eine Funktion $f' : S \rightarrow T$
$$f' x = \text{if } B x \text{ then } H x$$
$$\text{else } \phi (f' (K x)) (E x)$$
 - Mit $K : S \rightarrow S$, $\phi : T \rightarrow T \rightarrow T$, $E : S \rightarrow T$, $H : S \rightarrow T$.
- Sei ϕ assoziativ, $e : T$ neutrales Element
- Dann ist die endrekursive Form:

$$f : S \rightarrow T$$

$$f x = g x e \text{ where}$$

$$g x y = \text{if } B x \text{ then } \phi (H x) y$$
$$\text{else } g (K x) (\phi (E x) y)$$

Beispiel

- Länge einer Liste (nicht-endrekursiv)

```
length' :: [a] -> Int
```

```
length' xs = if (null xs) then 0  
             else 1+ length' (tail xs)
```

- Zuordnung der Variablen:

$K(x) \mapsto$	<code>tail</code>	$B(x) \mapsto$	<code>null x</code>
$E(x) \mapsto$	<code>1</code>	$H(x) \mapsto$	<code>0</code>
$\phi(x, y) \mapsto$	$x + y$	$e \mapsto$	<code>0</code>

- Es gilt: $\phi(x, e) = x + 0 = x$ (0 neutrales Element)

- Damit ergibt sich endrekursive Variante:

```
length :: [a] -> Int
length xs = len xs 0 where
    len xs y = if (null xs) then y -- was: y+ 0
               else len (tail xs) (1+ y)
```

- Allgemeines **Muster**:
 - Monoid (ϕ, e) : ϕ **assoziativ**, e **neutrales Element**.
 - Zusätzlicher Parameter **akkumuliert** Resultat.

Endrekursive Aktionen

- Nicht endrekursiv:

```
getLines' :: IO String
getLines' = do str<- getLine
              if null str then return ""
              else do rest<- getLines'
                      return (str++ rest)
```

- Endrekursiv:

```
getLines :: IO String
getLines = getit "" where
  getit res = do str<- getLine
                if null str then return res
                else getit (res++ str)
```

Fortgeschrittene Endrekursion

- **Akkumulation** von Ergebniswerten durch **closures**
 - **closure**: partiell applizierte Funktion
- Beispiel: die Klasse `Show`
 - Nur Methode `show` wäre zu langsam ($O(n^2)$):

```
class Show a where  
  show :: a -> String
```

Fortgeschrittene Endrekursion

- **Akkumulation** von Ergebniswerten durch **closures**

- **closure**: partiell applizierte Funktion

- Beispiel: die Klasse `Show`

- Nur Methode `show` wäre zu langsam ($O(n^2)$):

```
class Show a where  
  show :: a -> String
```

- Deshalb zusätzlich

```
showsPrec :: Int -> a -> String -> String  
show x     = showsPrec 0 x ""
```

- String wird erst aufgebaut, wenn er ausgewertet wird ($O(n)$).

Beispiel: Mengen als Listen

```
data Set a = Set [a]
```

```
instance Show a => Show (Set a) where
```

```
  showsPrec i (Set elems) =
```

```
    \r-> "{" ++ concat (intersperse ", "  
                          (map show elems)) ++ "}" ++ r
```


Beispiel: Mengen als Listen

```
data Set a = Set [a]

instance Show a => Show (Set a) where
  showsPrec i (Set elems) =
    \r-> "{" ++ concat (intersperse ", "
                          (map show elems)) ++ "}" ++ r
```

Nicht **perfekt** — besser:

```
instance Show a => Show (Set a) where
  showsPrec i (Set elems) = showElems elems where
    showElems []      = ("{} " ++)
    showElems (x:xs) = ('{' :) . shows x . showl xs
    where showl []    = ('}' :)
          showl (x:xs) = (', ' :) . shows x . showl xs
```

Speicherlecks

- **Garbage collection** gibt **unbenutzten** Speicher wieder frei.
 - **Unbenutzt**: Bezeichner nicht mehr im **erreichbar**
- Eine Funktion hat ein **Speicherleck**, wenn Speicher **unnötig** lange im Zugriff bleibt.
 - “Echte” Speicherlecks wie in C/C++ **nicht möglich**.
- Beispiel: `getLines`, `fac`
 - Zwischenergebnisse werden **nicht ausgewertet**. (Zeigen.)
 - Insbesondere ärgerlich bei **nicht-terminierenden Funktionen**.

Strikttheit

- **Strikte Argumente** erlauben Auswertung **vor** Aufruf
 - Dadurch **konstanter** Platz bei **Endrekursion**.
- **Erzwungene** Strikttheit:
 - `seq :: a -> b -> b` erzwingt Strikttheit im ersten Argument:

$$\begin{aligned}\perp \text{ 'seq' } b &= \perp \\ a \text{ 'seq' } b &= b\end{aligned}$$

- `($!) :: (a -> b) -> a -> b` strikte Funktionsanwendung
- $$f \$! x = x \text{ 'seq' } f x$$

- Fakultät in konstantem Platzaufwand (**zeigen**):

```
fac2 n = fac0 n 1 where
  fac0 n acc = seq acc $ if n == 0 then acc
                    else fac0 (n-1) (n*acc)
```

foldr vs. foldl

- foldr ist **nicht endrekursiv**:

```
foldr :: (a -> b -> b) -> b -> [a] -> b
```

```
foldr f z [] = z
```

```
foldr f z (x:xs) = f x (foldr f z xs)
```

- foldl ist **endrekursiv**:

```
foldl :: (a -> b -> a) -> a -> [b] -> a
```

```
foldl f z [] = z
```

```
foldl f z (x:xs) = foldl f (f z x) xs
```

- foldl' :: (a -> b -> a) -> a -> [b] -> a ist **strikt, endrekursiv**.

- Für Monoid (ϕ, e) gilt

$$\text{foldr } \phi \ e \ l = \text{foldl } (\text{flip } \phi) \ e \ l$$

Wann welches fold?

- `foldl` endrekursiv, aber traversiert immer die ganze Liste.
- `foldl'` endrekursiv und konstanter Platzaufwand, aber traversiert immer die ganze Liste.
- Wann welches fold?
 - Strikte Funktionen mit `foldl'` falten.
 - Wenn nicht die ganze Liste benötigt wird, mit `foldr` falten:

```
all :: (a -> Bool) -> [a] -> Bool  
all p = foldr ((&&) . p) True
```
 - Unendliche Listen immer mit `foldr` falten.

Gemeinsame Teilausdrücke

- Ausdrücke werden intern durch **Termgraphen** dargestellt.
- Argument wird nie mehr als **einmal** ausgewertet: (**Zeigen**)

```
f :: Int-> Int-> Int
```

```
f x y = x+ x
```

```
test1 = f (trace "Eins" (3+2)) (trace "Zwei" (2+7))
```

```
list1 = [trace "Foo" (3+2), trace "Bar" (2+7)]
```

- **Sharing** von Teilausdrücken
 - Explizit mit **where** und **let**
 - Implizit (**ghc**)

Memoisation — *trading space for time*

- Fibonacci-Zahlen als Strom: linearer Aufwand.

```
fibs :: [Integer]
fibs = 1 : 1 : zipWith (+) fibs (tail fibs)
```

- **Kleine Änderung:** “unnötiger” Parameter ()

```
fibsFn :: () -> [Integer]
fibsFn () = 1 : 1 : zipWith (+) (fibsFn ())
                                     (tail (fibsFn ()))
```

- **Große Wirkung:** Exponentiell. Warum?

Memoisation — *trading space for time*

- Fibonacci-Zahlen als Strom: linearer Aufwand.

```
fibs :: [Integer]
fibs = 1 : 1 : zipWith (+) fibs (tail fibs)
```

- **Kleine Änderung:** “unnötiger” Parameter ()

```
fibsFn :: () -> [Integer]
fibsFn () = 1 : 1 : zipWith (+) (fibsFn ())
                                     (tail (fibsFn ()))
```

- **Große Wirkung:** Exponentiell. Warum?
- Jeder Aufruf von `fibsFn()` bewirkt erneute Berechnung.

Die Abhilfe: Memoisation

- **Memoisation**: Bereits berechnete Ergebnisse speichern.
- In Hugs: Aus dem Modul `Memo`:

```
memo :: (a -> b) -> a -> b
```

- Damit ist alles wieder `gut`:

```
fibsFn' :: () -> [Integer]
fibsFn' = memo (\() -> 1 : 1 : zipWith (+)
                                     (fibsFn' ())
                                     (tail (fibsFn' ())))
```

- GHC kann das **automatisch**.

Überladene Funktionen sind langsam.

- Typklassen sind elegant aber **langsam**.
 - Implementierung von Typklassen: **Verzeichnis** (dictionary) von Klassenfunktionen.
 - Überladung wird zur **Laufzeit** aufgelöst.

Überladene Funktionen sind langsam.

- Typklassen sind elegant aber **langsam**.
 - Implementierung von Typklassen: **Verzeichnis** (dictionary) von Klassenfunktionen.
 - Überladung wird zur **Laufzeit** aufgelöst.
- Bei kritischen Funktionen durch Angabe der Signatur **Spezialisierung erzwingen**.
- NB: **Zahlen** (numerische Literale) sind in Haskell **überladen**!
 - Bsp: `facts` hat den Typ `Num a => a -> a`

```
facts n = if n == 0 then 1 else n * facts (n-1)
```

Listen als Performance-Falle

- Listen sind **keine** Felder.
- Listen:
 - Beliebig lang
 - Zugriff auf n -tes Element in linearer Zeit.
 - Abstrakt: frei erzeugter Datentyp aus Kopf und Rest
- Felder:
 - Feste Länge
 - Zugriff auf n -tes Element in konstanter Zeit.
 - Abstrakt: Abbildung Index auf Daten

Felder in Haskell

- Modul `Array` aus der Standardbücherei

```
data Ix a=> Array a b  -- abstract
array      :: (Ix a) => (a,a) -> [(a,b)]
                                   -> Array a b
listArray  :: (Ix a) => (a,a) -> [b] -> Array a b
(!)        :: (Ix a) => Array a b -> a -> b
(//)       :: (Ix a) => Array a b -> [(a,b)]
                                   -> Array a b
```

- Als Indexbereich geeignete Typen (Klasse `Ix`): `Int`, `Integer`, `Char`, `Bool`, Tupel davon, Aufzählungstypen.

Listen von Paaren sind keine endlichen Abbildungen.

- `Data.Map`: **endliche Abbildungen**

- Effizient, weil durch balancierte Bäume implementiert.

- Leere Abbildung:

```
empty :: Ord k => Map k a
```

- Hinzufügen:

```
insert :: Ord k => k -> a -> Map k a -> Map k a
```

```
insertWith :: Ord k => (a -> a -> a) -> k -> a -> Map k a ->
```

- Verhalten bei Überschreiben kann spezifiziert werden.

- Auslesen:

```
lookup :: Ord k => k -> Map k a -> Maybe a
```

```
findWithDefault :: Ord k => a -> k -> Map k a -> a
```

Zusammenfassung

- **Endrekursion**: `while` für Haskell.
 - Überführung in Endrekursion meist möglich.
 - Noch besser sind strikte Funktionen.
- **Speicherlecks** vermeiden: Striktheit, Endrekursion und Memoisation.
- Überladene Funktionen sind langsam.
- Listen sind keine Felder.
- Listen sind keine endliche Abbildungen.
- Effizienz muss nicht immer im Vordergrund stehen.