Wertrationalität: Kosten × Zeit (t_1)

		B 1	B 2
A	1	m_{11}	m_{12}
A	2	m_{21}	m_{22}

		B ja 1	B 2 nein	
A	ja 1	74	53	127
A	nein 2	67	127	194

$$\ln\left(m_{ij}\right) = \lambda + \lambda_i^A + \lambda_j^B + \lambda_{ij}^{AB}$$

$$m_{ij} = e^{\lambda} \cdot e^{\lambda_i^A} \cdot e^{\lambda_j^B} \cdot e^{\lambda_{ij}^{AB}}$$

```
*** FREQUENCIES ***
                  n_ij           m_ij
 A B          observed      estimated
 1 1            74.000         74.000
 1 2            53.000         53.000
 2 1            67.000         67.000
 2 2           127.000        127.000
```

Saturiertes Modell: beobachtete = geschätzte Häufigkeiten

A \ B	1	2	Zeilen-mittelwerte
1	ln74 = 4,3041	ln53 = 3,9703	4,1372
2	ln67 = 4,2047	ln127 = 4,8442	4,5244
Spalten-mittelwerte	4,2544	4,4072	$\boxed{4,3308}$

$$\lambda_1^A = -0{,}1936$$

$$\lambda_2^A = +0{,}1936$$

$$\lambda_1^B = -0{,}0764$$

$$\lambda_2^B = +0{,}0764$$

$$\boxed{\lambda = \sum \ln m_{ij} / k = 4{,}3308}$$

k Anzahl der Zellen

$$\ln(m_{ij}) = \lambda + \lambda_i^A + \lambda_j^B + \lambda_{ij}^{AB}$$

	d=1	d=2	~~d=3~~	d=1	d=2
q=1	1	0	~~0~~	1	0
q=2	0	1	~~0~~	0	1
q=3	**0**	**0**	~~1~~	**-1**	**-1**

Dummykodierung Effektkodierung

Loglineare Haupteffekte

+/- Abweichungen der Zeilen- bzw. Spaltenmittelwerte vom Gesamtdurchschnitt der logarithmierten Zellhäufigkeiten

Haupteffekt **gleich Null** …

… bei gleichen Zeilenmittelwerten bzw. gleichen Spaltenmittelwerten

… <u>bzw.</u> bei Gleichheit der Produkte im Zähler und Nenner von …

$$\boxed{\lambda_1^A = \frac{1}{4} \ln \frac{m_{11} \cdot m_{12}}{m_{21} \cdot m_{22}}} \qquad \boxed{\lambda_1^B = \frac{1}{4} \ln \frac{m_{11} \cdot m_{21}}{m_{12} \cdot m_{22}}}$$

Nulleffekt resultiert ….

… bei **gleich**wahrscheinlichen Kategorien (*Rand*häufigkeiten) *beider* Variablen;
[bei (a) gleich oder (b) symmetrisch um die Haupt- oder Nebendiagonale verteilten *Zell*häufigkeiten]

… wenn zugehörige Variable gleichwahrscheinliche Kategorien (gleiche Rand-Häufigkeiten) aufweist und die Zellhäufigkeiten symmetrisch um die Längs- bzw. Querachse der Tabelle verteilt sind.

Gleichverteilte Zellhäufigkeiten

35	15	50
25	25	50
60	40	100

25	25	50
25	25	50
50	50	100

10	40	50
40	10	50
50	50	100

20	30	50
20	30	50
40	60	100

Symmetrisch um die Haupt- oder Nebendiagonale verteilte *Zell*häufigkeiten

Zugehörige Variable hat gleichwahrscheinliche Kategorien (gleiche Randhäufigkeiten) und die Zellhäufigkeiten sind symmetrisch um die Querachse der Tabelle verteilt.

A \ B	1	2
1	0,2305	0,1651
2	0,2087	0,3956

P(AB) 1,0

$$\ln(m_{ij}) = \lambda + \lambda_i^A + \lambda_j^B + \lambda_{ij}^{AB}$$

$$\lambda_{ij}^{AB} = \ln m_{ij} - \left(\lambda + \lambda_i^A + \lambda_j^B\right)$$

Im Beispiel: $\lambda_{ij}^{AB} = 0{,}2433$

A \ B	1	2
1	0,1738	0,2219
2	0,2655	0,3389

P(AB) 1,0

$$\ln(m_{ij}) = \lambda + \lambda_i^A + \lambda_j^B$$

```
*** FREQUENCIES ***

  A B        observed  estimated
  1 1         74.000     55.785
  1 2         53.000     71.215
  2 1         67.000     85.215
  2 2        127.000    108.785
```

$\lambda = 4{,}3554$ $\lambda_1^A = -0{,}2118$ $\lambda_1^B = -0{,}1221$

P(AB)

A \ B	1	2
1	0,2305	0,1651
2	0,2087	0,3956

1,0

P(A)

A	
1	0,3956
2	0,6044

1,0

P(B|A)

A \ B	1	2	
1	0,5827	0,4173	1,0
2	0,3454	0,6546	1,0

$$P(AB) = P(A) \times P(B|A)$$

$\lambda_1^A = -0{,}2118 \qquad \lambda_1^B = -0{,}0764 \qquad \lambda_{ij}^{AB} = 0{,}2433$

$$\lambda_1^A = \ln m_1 - \left(\left(\ln m_1 + \ln m_2\right)/2\right) = \ln 127 - \left(\left(\ln 127 + \ln 194\right)/2\right)$$

LEM

```
*** INPUT ***

  * Wertrationalitaet Kosten x
Zeit t1 dichotom
  res 0
  lat 0
  man 2
  dim 2 2
  lab A B
  sub AB
  mod A B|A {AB}
  fre [74 53 67 127]
  cas 321
```

```
*** (CONDITIONAL) PROBABILITIES ***

* P(A) *

  1              0.3956  (0.0273)
  2              0.6044  (0.0273)

* P(B|A) *

  1 | 1          0.5827  (0.0438)
  2 | 1          0.4173  (0.0438)
  1 | 2          0.3454  (0.0341)
  2 | 2          0.6546  (0.0341)
```

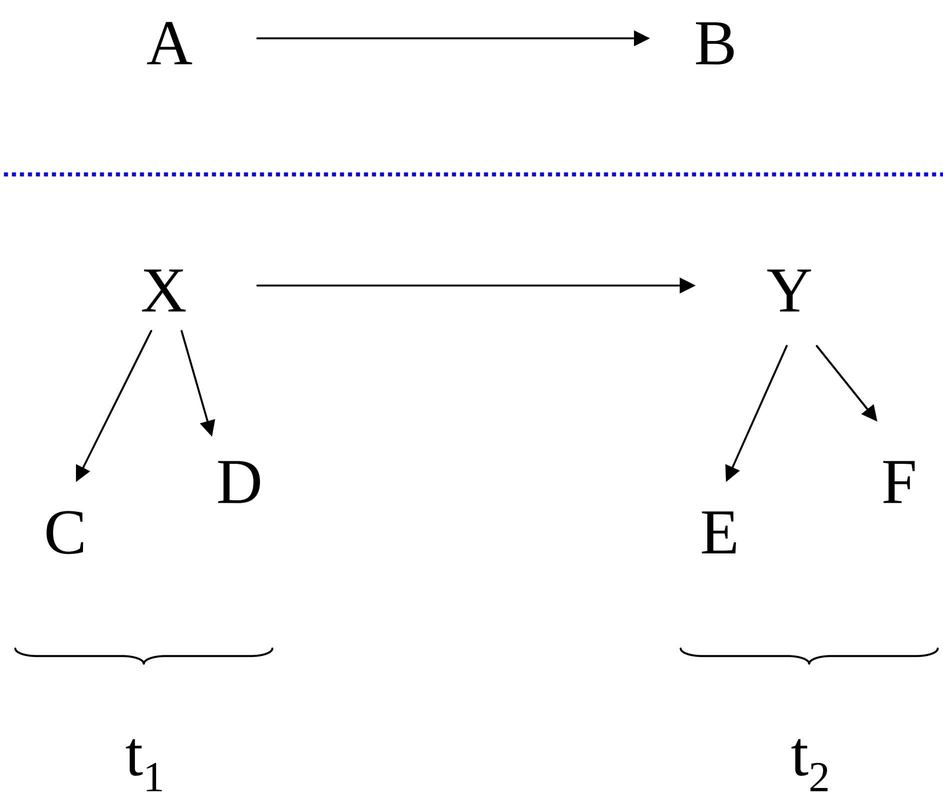
```
*** LOG-LINEAR PARAMETERS ***

* TABLE A [or P(A)] *

  effect             beta  std err  z-value   exp(beta)     Wald  df  prob
  A
   1              -0.2118   0.0571   -3.712      0.8091
   2               0.2118                        1.2359    13.78   1 0.000

* TABLE AB [or P(B|A)] *

  effect             beta  std err  z-value   exp(beta)     Wald  df  prob
  B
   1              -0.0764   0.0587   -1.301      0.9264
   2               0.0764                        1.0794     1.69   1 0.193
  AB
   1 1             0.2433   0.0587    4.143      1.2755
   1 2            -0.2433                        0.7840
   2 1            -0.2433                        0.7840
   2 2             0.2433                        1.2755    17.16   1 0.000
```



X, Y	Latente (kategoriale) Variablen
C, D, E, F	Manifeste (kategoriale) Indikatoren

```
*** INPUT ***

  res 2
  lat 2
  man 4
  dim 2 2 2 2 2 2 2 2
  lab R S X Y C D E F
  sub CDEF CD EF -
  mod X Y|X {XY}
      C|X D|X
      E|Y F|Y
      R S|R
  dat wr.dat
  cas 336
```

*** LATENT CLASS OUTPUT ***

			Nein	X 1	X 1	X 2	X 2 Ja
			Nein	Y 1	Y 2	Y 1	Y 2 Ja
				0.4909	0.1491	0.0056	0.3544
Ja	C	1		0.0851	0.0851	0.9563	0.9563
Nein	C	2		0.9149	0.9149	0.0437	0.0437
Ja	D	1		0.1988	0.1988	0.8669	0.8669
Nein	D	2		0.8012	0.8012	0.1331	0.1331
Ja	E	1		0.1520	0.8904	0.1520	0.8904
Nein	E	2		0.8480	0.1096	0.8480	0.1096
Ja	F	1		0.2924	0.9248	0.2924	0.9248
Nein	F	2		0.7076	0.0752	0.7076	0.0752

X \ Y	1	2	$P(X)$
1	0,4909	0,1491	0,64
2	0,0056	0,3544	0,36

P(XY) ***P(X)***

X \ Y	1	2	
1	0,767	0,233	1,0
2	0,016	0,984	1,0

P(Y |X)

X = 1 [2], wenn C, D =2 [1]

Y = 1 [2], wenn E, F = 2 [1]

$$P(XY) = P(X) \cdot P(Y|X)$$

$$P(Y|X) = \frac{P(XY)}{P(X)}$$

```
*** STATISTICS ***

  X-squared              = 13.2637 (0.2093)

  Degrees of freedom     = 10

  Number of parameters = 14 (+1)
```

```
*** PSEUDO R-SQUARED MEASURES ***

* P(Y|X) *
                            baseline   fitted   R-squared
  entropy                    0.6931    0.3763    0.4570

* P(C|X) *
                            baseline   fitted   R-squared
  entropy                    0.6723    0.2508    0.6269

* P(D|X) *
                            baseline   fitted   R-squared
  entropy                    0.6857    0.4604    0.3285
```

Aus dem pdf-File: „Datenmatrix, Mittlere Werte und Streuungsmaße" (Statistik I)

Entropie $H = -\sum_{i=1}^{I} \frac{n_i}{n} \ln \frac{n_i}{n}$

Zahlen-beispiele ..

	p_i	p_i	p_i	p_i
1	0,5	0,4	0,3	0,2
2	0,5	0,6	0,7	0,8
	0,69	**0,67**	**0,61**	**0,50**

.. unter Ver-wendung des natürlichen Logarithmus *ln*

z.B.: $-1\times[(0{,}5 \times\log_e(0{,}5))+(0{,}5 \times\log_e(0{,}5))]=0{,}69$

z.B.: $-1\times[(0{,}4 \times\log_e(0{,}4))+(0{,}6 \times\log_e(0{,}6))]=0{,}67$

	Gruppe 1	Gruppe 2	p_i
1	0,75	0,17	0,4
2	0,25	0,83	0,6
Entropie	**0,56**	**0,46**	**0,67**
Entropie (gewichtet)	0,56*0,40 = 0,22	0,46*0,60 = 0,28	
n	**40**	**60**	**100**

$$Pseudo-R^2 = \frac{S_y^2 - S_e^2}{S_y^2} = \frac{0{,}67 - (0{,}22 + 0{,}28)}{0{,}67} = \frac{0{,}17}{0{,}67} = \underline{\underline{0{,}25}}$$

```
*** INPUT ***

    res 2
    lat 2
    man 4
    dim 2 2 2 2 2 2 2 2
    lab R S X Y C D E F
    sub CDEF CD EF -
    mod X Y|X {XY}
        C|X D|X
        E|Y F|Y
        R S|R
    dat wr.dat
    cas 336
```

C	D	E	F	freq
1	1	1	1	49
1	1	1	2	5
1	1	2	1	7
1	1	2	2	2
1	2	1	1	9
1	2	1	2	1
1	2	2	1	3
1	2	2	2	4
2	1	1	1	7
2	1	1	2	1
2	1	2	1	10
2	1	2	2	8
2	2	1	1	22
2	2	1	2	12
2	2	2	1	18
2	2	2	2	45

CD [R=1 S=2]

C	D	E	F	freq
1	1	?	?	13
1	2	?	?	5
2	1	?	?	6
2	2	?	?	19

EF [R=2 S=1]

C	D	E	F	freq
?	?	1	1	8
?	?	1	2	0
?	?	2	1	0
?	?	2	2	7

- [R=2 S=2]

C	D	E	F	freq
?	?	?	?	75

CDEF [R=1, S=1]

		Y_l	
		$l=1$	$l=2$
X_q	$q=1$	m_{q1}	m_{q2}
	$q=2$	m_{q1}	m_{q2}

Zur Äquivalenz von loglinearen und Logit Modellen:

$$\ln\left(\frac{m_{q1}}{m_{q2}}\right) = \beta_0 + \beta_1 x_q = 2\lambda_1^Y + 2\lambda_{q1}^{XY} \qquad \text{wenn:} \quad \underline{\underline{\lambda_1^Y = -\lambda_2^Y}} \quad \text{und} \quad \underline{\underline{\lambda_{q1}^{XY} = -\lambda_{q2}^{XY}}}$$

$$\ln\left(\frac{m_{q1}}{m_{q2}}\right) = \ln(m_{q1}) - \ln(m_{q2})$$

$$\ln(m_{q1}) = \lambda + \lambda_q^X + \lambda_1^Y + \lambda_{q1}^{XY} \qquad \ln(m_{q2}) = \lambda + \lambda_q^X + \lambda_2^Y + \lambda_{q2}^{XY}$$

$$\ln(m_{q1}) - \ln(m_{q2}) = \lambda - \lambda + \lambda_q^X - \lambda_q^X + \lambda_1^Y - \underline{\underline{\lambda_2^Y}} + \lambda_{q1}^{XY} - \underline{\underline{\lambda_{q2}^{XY}}}$$

$$= \lambda_1^Y - \left(\underline{\underline{-\lambda_1^Y}}\right) + \lambda_{q1}^{XY} - \left(\underline{\underline{-\lambda_{q1}^{XY}}}\right) = 2\lambda_1^Y + 2\lambda_{q1}^{XY}$$