

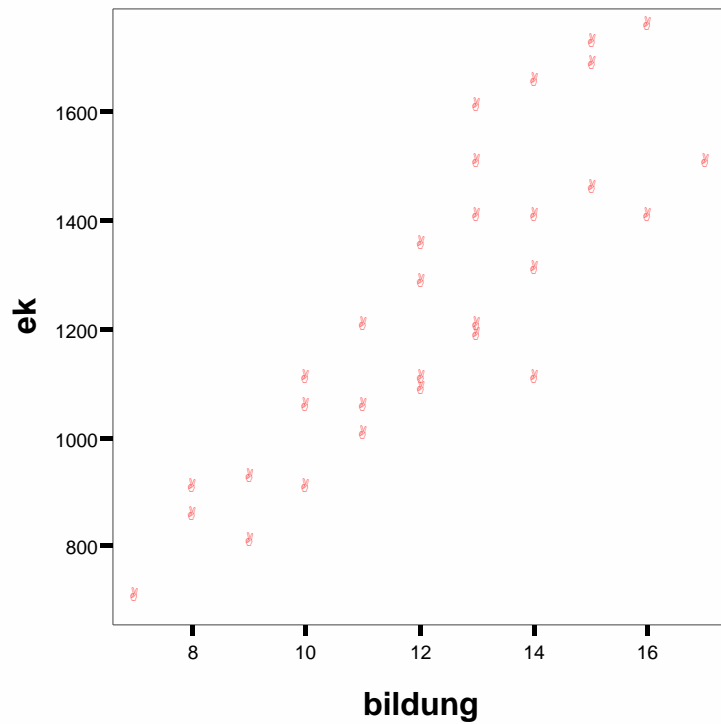
## Datenmatrix (Fiktive Zahlen)

| Nr | B  | EK   | M | V | H  |
|----|----|------|---|---|----|
| 1  | 7  | 700  | 1 | 0 | 7  |
| 2  | 8  | 900  | 1 | 0 | 7  |
| 3  | 8  | 850  | 0 | 0 | 8  |
| 4  | 9  | 920  | 1 | 1 | 9  |
| 5  | 9  | 800  | 0 | 1 | 10 |
| 6  | 10 | 1050 | 1 | 0 | 9  |
| 7  | 10 | 1100 | 1 | 1 | 11 |
| 8  | 10 | 900  | 0 | 1 | 10 |
| 9  | 11 | 1200 | 1 | 1 | 11 |
| 10 | 11 | 1000 | 0 | 0 | 10 |
| 11 | 11 | 1050 | 0 | 0 | 11 |
| 12 | 12 | 1350 | 1 | 1 | 10 |
| 13 | 12 | 1280 | 1 | 0 | 12 |
| 14 | 12 | 1100 | 0 | 0 | 9  |
| 15 | 12 | 1080 | 0 | 0 | 12 |

## Fortsetzung

|    |    |      |   |   |    |
|----|----|------|---|---|----|
| 16 | 13 | 1400 | 1 | 1 | 11 |
| 17 | 13 | 1500 | 1 | 0 | 12 |
| 18 | 13 | 1600 | 1 | 1 | 13 |
| 19 | 13 | 1200 | 0 | 1 | 11 |
| 20 | 13 | 1180 | 0 | 0 | 13 |
| 21 | 14 | 1650 | 1 | 1 | 14 |
| 22 | 14 | 1100 | 0 | 0 | 12 |
| 23 | 14 | 1300 | 0 | 0 | 10 |
| 24 | 14 | 1400 | 0 | 1 | 13 |
| 25 | 15 | 1720 | 1 | 1 | 14 |
| 26 | 15 | 1680 | 1 | 1 | 15 |
| 27 | 15 | 1450 | 0 | 0 | 16 |
| 28 | 16 | 1750 | 1 | 1 | 13 |
| 29 | 16 | 1400 | 0 | 0 | 15 |
| 30 | 17 | 1500 | 0 | 1 | 17 |

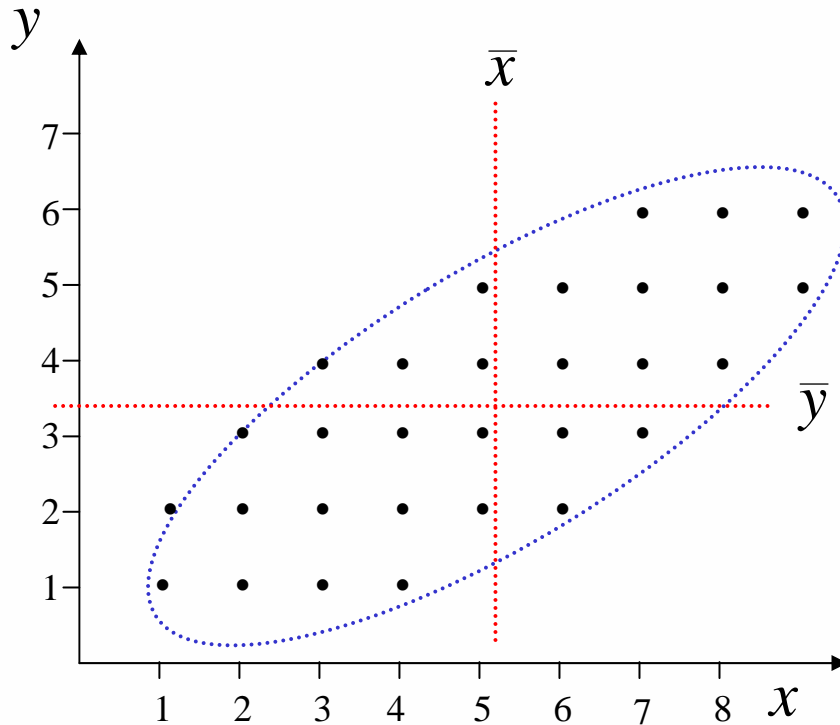
**Nr** Fallnummer; **B** Anzahl der Bildungsjahre; **EK** Mtl. Einkommen; **M** Männlich [vs. weiblich];  
**V** Vollzeit- [vs. Teilzeitbeschäftigung]; **H** Herkunft: Bildungsindex



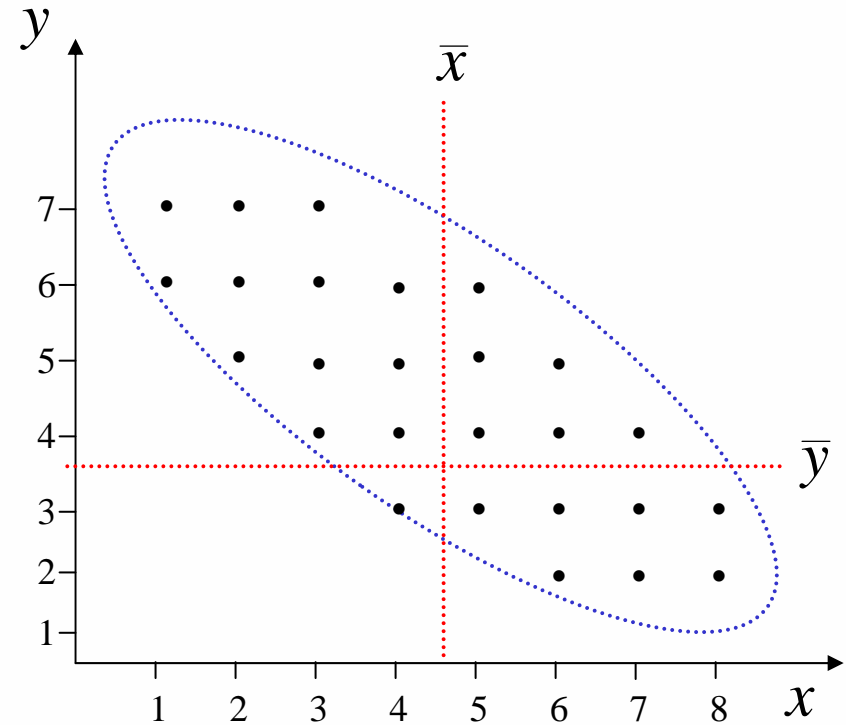
Deskriptive Statistiken

|         | Mittelwert | Standardabweichung | N  |
|---------|------------|--------------------|----|
| ek      | 1237,00    | 290,471            | 30 |
| bildung | 12,23      | 2,582              | 30 |

## Positive Kovarianz

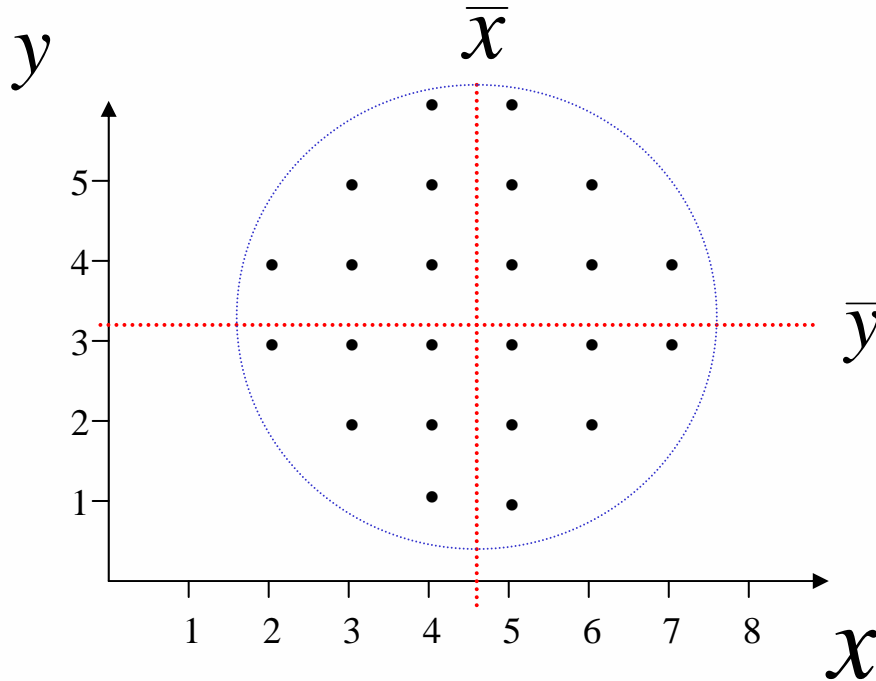


## Negative Kovarianz



$$s_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{n}$$

## Kovarianz gleich Null



## Kovarianz

$$s_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{n}$$

Korrelation

$$r = \frac{s_{xy}}{s_x \cdot s_y}$$

$$-1 \leq r \leq 1$$

Regression

$$b = \frac{s_{xy}}{s_x^2}$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

**Modellzusammenfassung**

| Modell | R                 | R-Quadrat | Korrigiertes R-Quadrat | Standardfehler des Schätzers |
|--------|-------------------|-----------|------------------------|------------------------------|
| 1      | ,863 <sup>a</sup> | ,744      | ,735                   | 149,593                      |

$$y_i = a + b \cdot x_i + e_i$$

$$\hat{y}_i = a + b \cdot x_i$$

a. Einflußvariablen : (Konstante), BILDUNG

**Koeffizienten<sup>a</sup>**

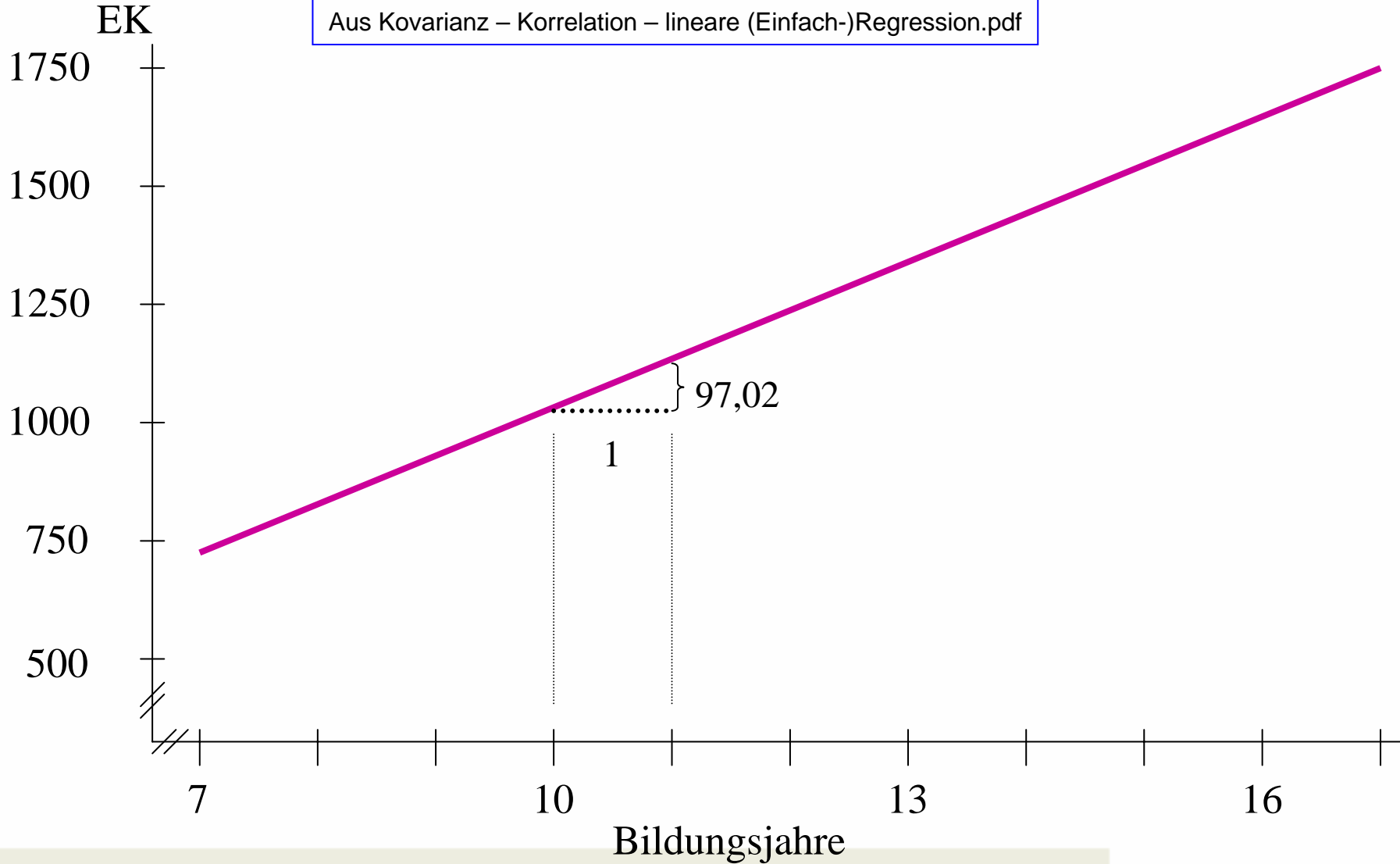
| Modell |             | Nicht standardisierte Koeffizienten |                | Standardisierte Koeffizienten | T     | Signifikanz |
|--------|-------------|-------------------------------------|----------------|-------------------------------|-------|-------------|
|        |             | B                                   | Standardfehler | Beta                          |       |             |
| 1      | (Konstante) | 50,086                              | 134,407        |                               | ,373  | ,712        |
|        | BILDUNG     | 97,023                              | 10,758         | ,863                          | 9,019 | ,000        |

a. Abhängige Variable: EK

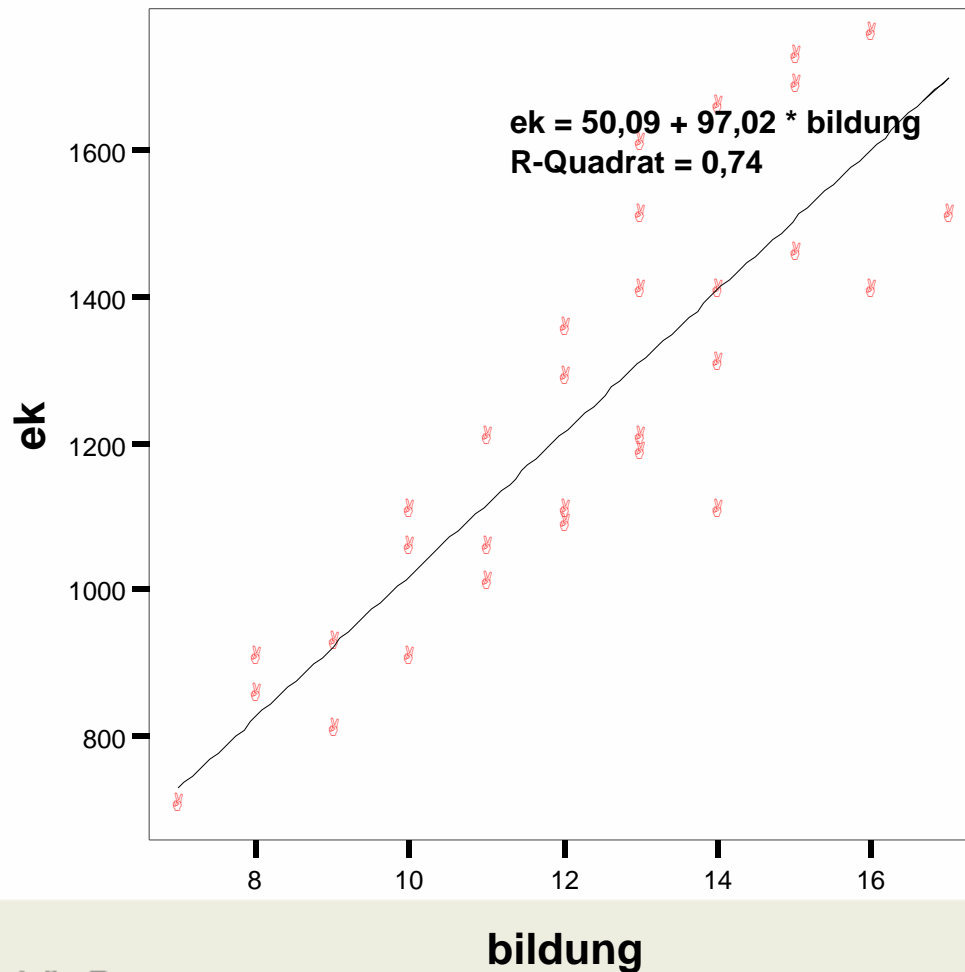
$$\beta = b \cdot \frac{s_x}{s_y}$$

$$\beta = 97,023 \cdot \frac{2,582}{290,471} = 0,863$$

Aus Kovarianz – Korrelation – lineare (Einfach-)Regression.pdf



**SPSS: Grafiken > Interaktiv > Streudiagramm [erstellen] > 2D – Koordinate  
(Variablen eintragen > Anpassung = Regression)**



Lineare Regression

**Modellzusammenfassung**

| Modell | R                 | R-Quadrat | Korrigiertes R-Quadrat | Standardfehler des Schätzers |
|--------|-------------------|-----------|------------------------|------------------------------|
| 1      | ,959 <sup>a</sup> | ,920      | ,914                   | 85,157                       |

Einführung eines zweiten Prädiktors

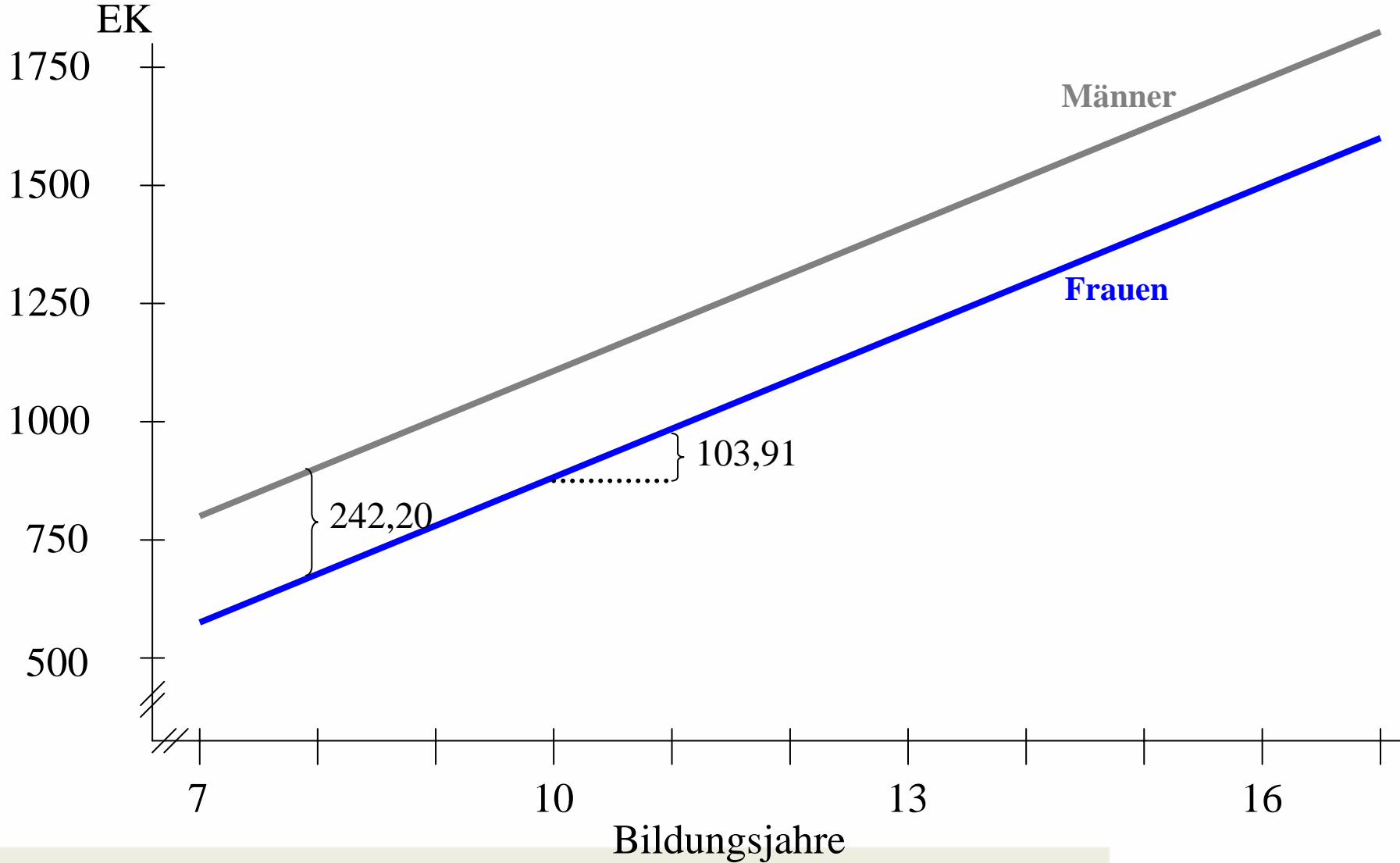
a. Einflußvariablen : (Konstante), MAENNL, BILDUNG

**Koeffizienten<sup>a</sup>**

| Modell |             | Nicht standardisierte Koeffizienten |                | Standardisierte Koeffizienten | T      | Signifikanz |
|--------|-------------|-------------------------------------|----------------|-------------------------------|--------|-------------|
|        |             | B                                   | Standardfehler | Beta                          |        |             |
| 1      | (Konstante) | -155,291                            | 81,019         |                               | -1,917 | ,066        |
|        | BILDUNG     | 103,912                             | 6,189          | ,924                          | 16,790 | ,000        |
|        | MAENNL      | 242,202                             | 31,424         | ,424                          | 7,707  | ,000        |

a. Abhängige Variable: EK





**Modellzusammenfassung**

| Modell | R                 | R-Quadrat | Korrigiertes R-Quadrat | Standardfehler des Schätzers |
|--------|-------------------|-----------|------------------------|------------------------------|
| 1      | ,976 <sup>a</sup> | ,952      | ,946                   | 67,361                       |

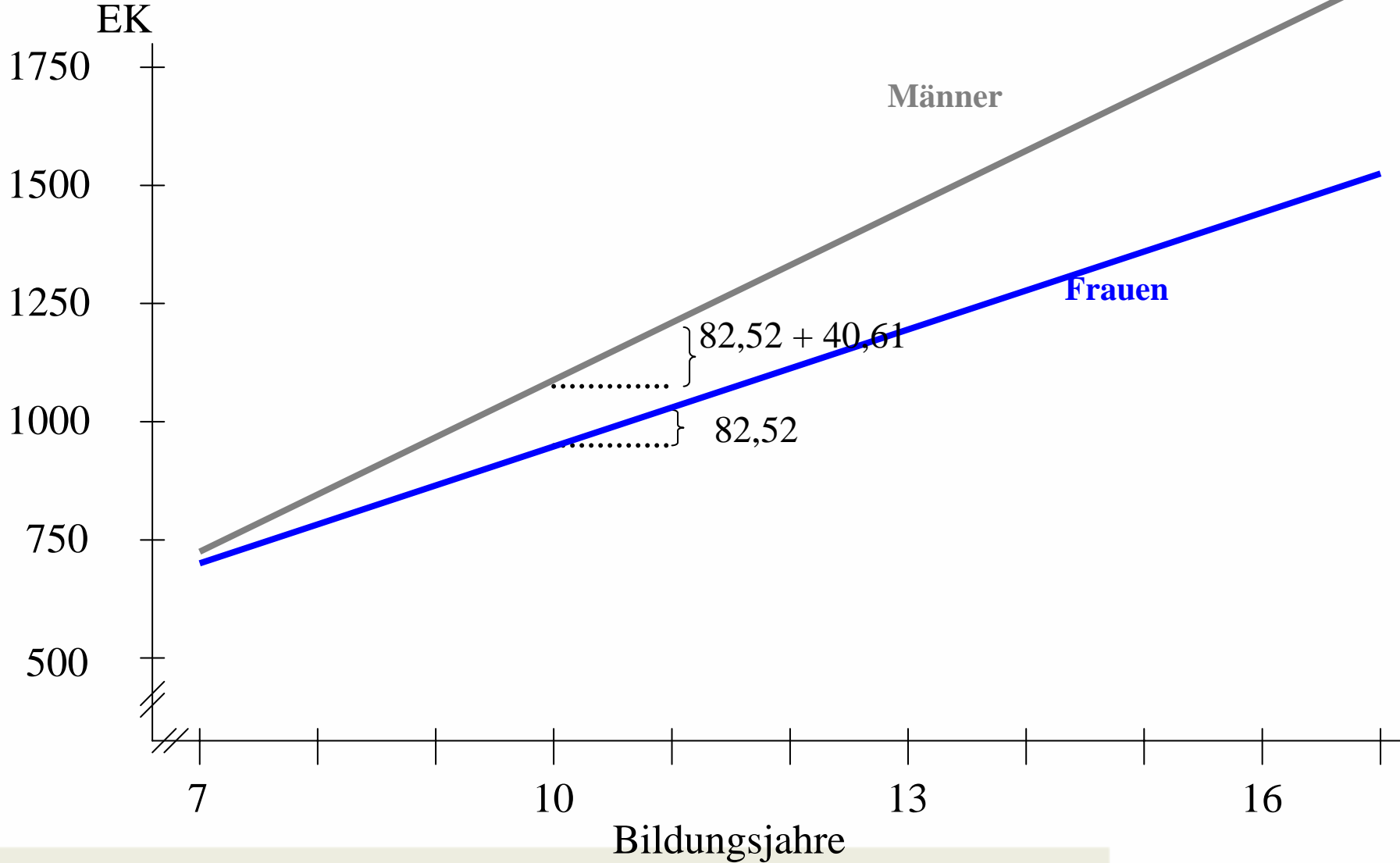
Erweiterung des Modells  
um Interaktionsterm **BM**

a. Einflußvariablen : (Konstante), BM, BILDUNG, MAENNL

**Koeffizienten<sup>a</sup>**

| Modell |             | Nicht standardisierte Koeffizienten |                | Standardisierte Koeffizienten | T      | Signifikanz |
|--------|-------------|-------------------------------------|----------------|-------------------------------|--------|-------------|
|        |             | B                                   | Standardfehler | Beta                          |        |             |
| 1      | (Konstante) | 114,219                             | 91,336         |                               | 1,251  | ,222        |
|        | BILDUNG     | 82,522                              | 7,116          | ,734                          | 11,596 | ,000        |
|        | MAENNL      | -255,342                            | 122,684        | -,447                         | -2,081 | ,047        |
|        | BM          | 40,606                              | 9,805          | ,883                          | 4,141  | ,000        |

a. Abhängige Variable: EK



## Modellzusammenfassung

| Modell | R                 | R-Quadrat | Korrigiertes R-Quadrat | Standardfehler des Schätzers |
|--------|-------------------|-----------|------------------------|------------------------------|
| 1      | ,864 <sup>a</sup> | ,746      | ,727                   | 151,725                      |

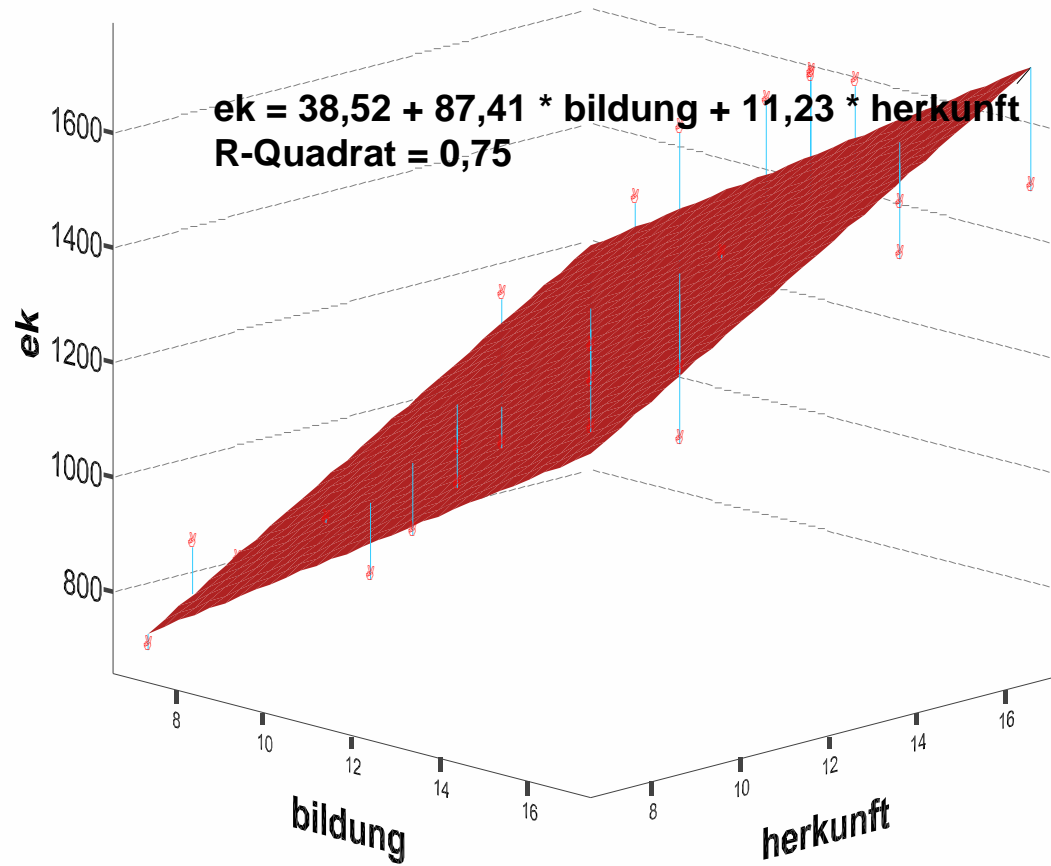
a. Einflußvariablen : (Konstante), HERKUNFT, BILDUNG

*Statt* MAENNL  
einbezogen: HERKUNFT

Koeffizienten<sup>a</sup>

| Modell |             | Nicht standardisierte Koeffizienten |                | Standardisierte Koeffizienten | T     | Signifikanz |
|--------|-------------|-------------------------------------|----------------|-------------------------------|-------|-------------|
|        |             | B                                   | Standardfehler | Beta                          |       |             |
| 1      | (Konstante) | 38,519                              | 138,551        |                               | ,278  | ,783        |
|        | BILDUNG     | 87,407                              | 23,286         | ,777                          | 3,754 | ,001        |
|        | HERKUNFT    | 11,235                              | 24,035         | ,097                          | ,467  | ,644        |

a. Abhängige Variable: EK



**Modellzusammenfassung**

| Modell | R                 | R-Quadrat | Korrigiertes R-Quadrat | Standardfehler des Schätzers |
|--------|-------------------|-----------|------------------------|------------------------------|
| 1      | ,864 <sup>a</sup> | ,746      | ,727                   | 151,725                      |

$$R = \text{Korrelation}(y, \hat{y})$$

a. Einflußvariablen : (Konstante), herkunft, bildung

**Korrelationen**

|                                      |                          | PRE_1<br>Unstandardized Predicted Value | ek     |
|--------------------------------------|--------------------------|---|--------|
| PRE_1 Unstandardized Predicted Value | Korrelation nach Pearson | 1                                       | ,864** |
|                                      | Signifikanz (2-seitig)   |   | ,000   |
|                                      | N                        | 30                                      | 30     |
| ek                                   | Korrelation nach Pearson | ,864**                                  | 1      |
|                                      | Signifikanz (2-seitig)   | ,000                                    |        |
|                                      | N                        | 30                                      | 30     |

\*\*. Die Korrelation ist auf dem Niveau von 0,01 (2-seitig) signifikant.

## Modell der proportionalen Fehlerreduktion

y-Varianz      Varianz der Residualvariablen

$$R^2 = \frac{s_y^2 - s_e^2}{s_y^2}$$

Modellzusammenfassung

| Modell | R                 | R-Quadrat | Korrigiertes R-Quadrat | Standardfehler des Schätzers |
|--------|-------------------|-----------|------------------------|------------------------------|
| 1      | ,864 <sup>a</sup> | ,746      | ,727                   | 151,725                      |

a. Einflußvariablen : (Konstante), herkunft, bildung

Deskriptive Statistiken

|          | Mittelwert | Standardabweichung | N  |
|----------|------------|--------------------|----|
| ek       | 1237,00    | 290,471            | 30 |
| bildung  | 12,23      | 2,582              | 30 |
| herkunft | 11,50      | 2,502              | 30 |

Deskriptive Statistik

|                               | N  | Minimum  | Maximum   | Mittelwert | Standardabweichung* |
|-------------------------------|----|----------|-----------|------------|---------------------|
| RES_1 Unstandardized Residual | 30 | -297,037 | 279,13580 | ,0000000   | 146,399676          |
| Gültige Werte (Listenweise)   | 30 |          |           |            |                     |

$$R^2 = \frac{290,471^2 - 146,3997^2}{290,471^2} = 0,746$$

$$290,471 = \sqrt{\frac{2.446.830}{29}}$$

$$146,3997 = \sqrt{\frac{621.553,1}{29}}$$

s. ANOVA Tabelle auf nächster Folie

y-Varianz      Varianz des Schätzers

$$R_{adj}^2 = \frac{s_y^2 - s_\varepsilon^2}{s_y^2}$$

$$R_{adj}^2 = \frac{290,471^2 - 151,725^2}{290,471^2} = 0,727$$

$$R_{adj}^2 = R^2 - \frac{k \cdot (1 - R^2)}{n - k - 1}$$

$$0,727 = 0,746 - \frac{2 \cdot (1 - 0,746)}{30 - 2 - 1}$$

Modellzusammenfassung

| Modell | R                 | R-Quadrat | Korrigiertes R-Quadrat | Standardfehler des Schätzers |
|--------|-------------------|-----------|------------------------|------------------------------|
| 1      | ,864 <sup>a</sup> | ,746      | ,727                   | 151,725                      |

a. Einflußvariablen : (Konstante), herkunft, bildung

Deskriptive Statistiken

|          | Mittelwert | Standardabweichung | N  |
|----------|------------|--------------------|----|
| ek       | 1237,00    | 290,471            | 30 |
| bildung  | 12,23      | 2,582              | 30 |
| herkunft | 11,50      | 2,502              | 30 |

ANOVA<sup>b</sup>

$$\sqrt{23020,485} = 151,725$$

| Modell |            | Quadratsumme | df | Mittel der Quadrate | F      | Signifikanz       |
|--------|------------|--------------|----|---------------------|--------|-------------------|
| 1      | Regression | 1825277      | 2  | 912638,46           | 39,645 | ,000 <sup>a</sup> |
|        | Residuen   | 621553,1     | 27 | 23020,485           |        |                   |
|        | Gesamt     | 2446830      | 29 |                     |        |                   |

a. Einflußvariablen : (Konstante), herkunft, bildung

b. Abhängige Variable: ek



$$R_{adj}^2 = R^2 - \frac{k \cdot (1 - R^2)}{n - k - 1}$$

$$n = 30; k=2,3,4$$

$$\begin{array}{l} \text{Diff.}=0,01 \left\{ \begin{array}{l} 0,727 = 0,746 - \frac{2 \cdot (1 - 0,746)}{30 - 2 - 1} \\ 0,717 = 0,746 - \frac{3 \cdot (1 - 0,746)}{30 - 3 - 1} \end{array} \right. \\ \text{Diff.}=0,012 \left\{ \begin{array}{l} 0,705 = 0,746 - \frac{4 \cdot (1 - 0,746)}{30 - 4 - 1} \end{array} \right. \end{array}$$

$$n = 60; k=2,3,4$$

$$\begin{array}{l} \text{Diff.}=0,005 \left\{ \begin{array}{l} 0,737 = 0,746 - \frac{2 \cdot (1 - 0,746)}{60 - 2 - 1} \\ 0,732 = 0,746 - \frac{3 \cdot (1 - 0,746)}{60 - 3 - 1} \end{array} \right. \\ \text{Diff.}=0,004 \left\{ \begin{array}{l} 0,728 = 0,746 - \frac{4 \cdot (1 - 0,746)}{60 - 4 - 1} \end{array} \right. \end{array}$$